

Modelos de Programação Linear orientados a programação da produção: Uma análise dos trabalhos orientados aos sistemas *flow shop* tradicional

Larissa de Carvalho, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão

larissadecarvalho9@gmail.com

Márcia de Fátima Morais, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão

marciamorais.eng@gmail.com

Rony Peterson da Rocha, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão

ronyperterson_en@hotmail.com

Ana Paula Miranda Vaz, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão

anapaulamvaz@hotmail.com

*Resumo: Com o propósito de identificar o atual estado da arte das pesquisas brasileiras no campo da Programação da Produção (PP), bem como detectar lacunas no campo das pesquisas em modelagem matemática direcionada para a PP, analisou-se trabalhos que tratam do desenvolvimento de modelos de Programação Linear (PL) para a resolução do problema de PP em sistemas Flow Shop Tradicional (FST). Foram identificados 19 trabalhos dos quais, por meio do método de análise de conteúdo, foram extraídas as principais características, conforme segue: Tipo de função-objetivo; Critério(s) de otimização adotado; Restrições adicionais incorporadas ao modelo; Propósito da Modelagem; Software e Solver empregados para modelagem e resolução, respectivamente; Qualidade da solução; e Tempo computacional. Os resultados das análises foram, em maior parte, discutidos em termos de porcentagem. Verificou-se a presença de funções monocritério, bicritério e multicritério em 42,11%, 21,05% e 10,52% dos trabalhos, respectivamente, sendo o Makespan o critério de desempenho mais utilizado. A restrição adicional predominante está associada ao tempo de setup. Os softwares e solvers predominantes são respectivamente GAMS e Cplex.
Palavras-chave: Programação linear; Programação da produção; Flow shop tradicional.*

1. Introdução

A pesquisa aqui proposta enquadra-se em duas das 10 Áreas de Conhecimento de Engenharia de Produção, descritas pela Associação Brasileira de Engenharia de Produção (ABEPRO, 2008): i) Engenharia de Operações e Processos da Produção, Subárea de Planejamento, Programação e Controle da Produção (PPCP); e ii) Pesquisa Operacional, Subárea de Programação Matemática.

Para Morais *et al.* (2010), a teoria de Programação da Produção (PP) está crescendo de forma considerável nos últimos anos, sendo inúmeros os trabalhos orientados para essa área de pesquisa. Para Arenales *et al.* (2007), a literatura nesta área é ampla, pois existe uma imensa variedade de sistemas de produção, quanto ao posicionamento do processo de produção, de características dos produtos, de critérios de desempenho adotados e de hipóteses de um Problema de Programação da Produção (PPP).

O objetivo geral desse trabalho é investigar modelos de Programação Linear (PL) orientados à solução do problema de programação em sistemas *Flow Shop* Tradicional. Os resultados aqui apresentados poderão servir como referencial e direcionador para futuras pesquisas orientadas a solução do PPP em sistema *Flow Shop* Tradicional, a partir de lacunas identificadas no campo das pesquisas em modelagem de problemas de PL.

Este artigo está estruturado em seis seções. Na primeira seção é apresentada a introdução, posteriormente, na segunda seção apresenta-se o referencial teórico. A metodologia utilizada para desenvolver o trabalho é apresentada na terceira seção. Na quarta seção é apresentada uma síntese dos trabalhos identificados e posteriormente uma análise dos trabalhos. Na quinta seção apresenta-se a discussão dos resultados. Na sexta seção apresentam-se as considerações finais, e por fim as referências utilizadas são apresentadas.

2. Referencial Teórico

2.1. Problemas de Programação da Produção

A Programação da Produção (PP) é uma atividade tipicamente operacional, cujas decisões associam-se a quem, onde e quando as tarefas deverão ser realizadas, de modo que as solicitações dos clientes sejam atendidas nas datas acordadas, que haja matéria-prima no momento adequado, que o fluxo do sistema produtivo seja balanceado, que não haja gargalos ou até desperdícios de recursos e que haja aproveitamento máximo da mão-de-obra e da capacidade instalada (LUSTOSA *et al.*, 2008; FURLANETO, 2004).

Um Problema de Programação da Produção (PPP) consiste em um problema de n tarefas $\{J_1, J_2, \dots, J_j, \dots, J_n\}$ as quais devem ser processadas por m máquinas que estão disponíveis $\{M_1, M_2, \dots, M_k, \dots, M_m\}$ (TAILLARD, 1993). Esta pesquisa trata do PPP em sistemas *Flow Shop* Tradicional, que de acordo com Boiko e Morais (2009) constitui um sistema de produção onde as tarefas (ou grupo de tarefas) possuem o mesmo roteiro de produção em todos os estágios de produção e o número de máquinas em cada estágio de produção é igual a um.

A PP é sempre realizada buscando atingir um critério (objetivo), ou conjunto de critérios, geralmente relacionados com os objetivos de desempenho da produção. Os principais critérios de desempenho utilizados nos métodos de solução para programação da produção verificados em Maccarthy e Liu (1993) e Allahverdi, Cheng e Kovalyov (2008) são: adiantamento da tarefa ou *lateness* (L_j) ou *earliness* (E_j); atraso das tarefas ou *tardiness* (T_j); data de término da tarefa ou *completion time* (C_j); duração total da programação ou *maximum completion time* ou *makespan* (C_{max}); número de tarefas em atraso ($\sum U_j$); tempo de espera (W_j); tempo de fluxo da tarefa ou *Flow Time* (F_j); tempo médio de fluxo ($\sum F_j/n$); tempo total de espera ($\sum W_j$); custo total de *setup* (TSC); tempo total de *setup* (TST); custos de estoque (CE); e custos de transporte (CT). Outros critérios podem ser verificados na literatura especializada.

Conforme Boiko (2009), quando restrições são incorporadas ao problema tradicional de PP aumenta-se a complexidade do PPP, tornando-o um problema não básico. Alguns exemplos de possíveis restrições adicionais são: Tempo de remoção; tempo de *lag* ou tempo de defasagem; *release dates* ou datas de liberação; *deadlines* ou prazos de entrega; quebras de máquinas; limitações de *buffer* ou espaço para estocagem; reprogramações; estágios gargalos; operador único; e tempo de *setup* (BOIKO, 2009). Outros tipos de restrições podem ser verificadas na literatura especializada.

De acordo com Souza e Moccellini (2000), os métodos de solução para os PPP são divididos em duas grandes categorias: a) métodos exatos que geram uma programação ótima de acordo com o critério de desempenho adotado; b) métodos heurísticos e metaheurísticos que buscam alcançar uma solução próxima da solução ótima, em um tempo computacional (tempo de solução) aceitável.

2.2. Modelagem de Programação Linear para Programação da Produção em Sistemas *Flow Shop* Tradicional

A PL visa fundamentalmente encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares e pressupõe a utilização de métodos exatos para a obtenção de soluções ótimas (MARINS, 2011). Os elementos fundamentais dos modelos de PL são: variáveis de decisão; função-objetivo; e restrições do problema (ANDRADE, 2002).

A literatura especializada contempla diversas formulações de PL para os problemas de PP. A formulação a seguir, extraída de Arenales *et al.* (2007) visa a minimização do *Makespan* (Duração Total da Programação) em sistemas de produção *Flow Shop*. As equações e inequações que definem o modelo de PL para o problema de programação em sistemas *Flow Shop* são a seguir apresentadas.

$$\text{Min} C_{\max} = s_{mn} + \sum_{i=1}^n P_i m^z \text{ in (1)}$$

$$\sum_{i=1}^n z_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$s_{1j} + \sum_{i=1}^n p_{il} z_{ij} = s_{1,j+1}, \quad j = 1, \dots, n-1 \quad (4)$$

$$s_{1j} = 0 \quad (5)$$

$$s_{k1} + \sum_{i=1}^n p_{ik} z_{i1} = s_{k+1,1}, \quad k = 1, \dots, m-1 \quad (6)$$

$$s_{kj} + \sum_{i=1}^n p_{ik} z_{ij} \leq s_{k+1,j}, \quad j = 2, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m-1 \quad (7)$$

$$s_{kj} + \sum_{i=1}^n p_{ik} z_{ij} \leq s_{k+1,j}, \quad j = 1, \dots, n-1, \quad k = 2, \dots, m \quad (8)$$

$$s \in R_+^{nm}, z \in B^{nm} \quad (9)$$

De acordo com Arenales *et al.* (2007) A função objetivo (1) refere-se à minimização de *makespan*. A restrição (2) assegura que cada tarefa *i* está associada a uma única posição, e a restrição (3) garante que cada posição *j* está associada a apenas uma tarefa. A restrição (4) faz com que a tarefa na posição *j* comece seu processamento na máquina 1 depois de sua tarefa predecessora ser processada nesta máquina. A restrição (5) determina que a primeira tarefa da sequência, inicie seu processamento na máquina 1 no instante 0. A restrição (6)

assegura que a primeira tarefa na sequência seja processada de imediato na próxima máquina $k+1$, desde que seu processamento na máquina corrente k tenha sido finalizado. A restrição (7) garante que uma tarefa na posição j não deve ser iniciada na próxima máquina $k+1$ antes que termine o seu processamento na corrente k . A restrição (8) garante que uma tarefa na posição $j+1$ não pode ser iniciada em uma máquina k antes da finalização do processamento da tarefa na posição j na mesma máquina k . A restrição (9) indica o tipo das variáveis.

3. Metodologia

No desenvolvimento desta pesquisa foram utilizados os métodos de abordagem qualitativo e quantitativo. Esta pesquisa é classificada, quanto aos fins, como descritiva, explicativa e metodológica, e quanto aos meios, como bibliográfica.

As principais bases de dados utilizadas para o levantamento dos trabalhos foram: Portal *Scielo*; Portal Capes; Portal Domínio Público; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações; e Anais de eventos das áreas de Engenharia de Produção e Pesquisa Operacional. Não foi estabelecida uma limitação temporal para a investigação.

Para cada trabalho identificado na literatura pesquisada foi inicialmente elaborada uma síntese de conteúdo e posteriormente foram extraídas, por meio do método de análise de conteúdo, as principais características, conforme segue: tipo de função-objetivo; critério(s) de otimização adotado; restrições adicionais incorporadas ao modelo; propósito da modelagem; *software* utilizado para modelagem; *solver* empregado na resolução do modelo; tempo computacional; e qualidade da solução. As análises dos trabalhos foram feitas, em grande parte, em termos de porcentagem de ocorrência das características principais.

4. Modelos de Programação Linear Orientados a Programação da Produção em Sistemas *Flow Shop* Tradicional

4.1 Síntese de Conteúdo dos Trabalhos

Nas bases de dados pesquisadas, modelos de Programação Linear orientados à solução do problema de programação em sistemas *Flow Shop* Tradicional foram identificados 19 trabalhos. As referências e uma síntese dos conteúdos dos trabalhos que tratam de modelos de Programação Linear para Programação da Produção em sistemas *Flow Shop* Tradicional são apresentadas no quadro 1 a seguir.

Referências	Síntese
Cury (1999)	Apresenta o uso do algoritmo de <i>Branch and Bound</i> aplicado ao problema de programação da produção em <i>flow shop</i> , com o objetivo de minimizar uma função de penalidade para atrasos e adiantamentos. Os problemas de programação da produção neste trabalho são entendidos como tendo dois grupos básicos de elementos onde a teoria de conjuntos difusos pode ser aplicada, sendo que o primeiro grupo abrange variáveis e dados e o segundo grupo abrange as restrições e regras.
Luche (2003)	Aborda modelos de programação linear inteira mista com o objetivo de contribuir para melhoria do sistema de PCP de empresas de grãos eletrofundidos, de maneira a obter ganhos de produtividade e melhorar o nível de serviços aos clientes no atendimento dos prazos de entrega.
Luche e Morabito (2005)	Propõem modelos de otimização com o objetivo de contribuir para o aumento da produtividade e para melhorar o nível de serviço aos clientes no atendimento dos prazos de entrega. Foram aplicados modelos de programação linear inteira mista para auxiliar particularmente nas decisões da programação da produção e analisar os resultados obtidos.
Ferreira (2006)	Apresenta três modelos de otimização inteira mista para indústrias de bebidas, com o intuito de decidir os tamanhos de lotes de cada bebida e qual deve ser a sequência de

	produção de cada lote em cada período, para que a demanda seja satisfeita e os custos de estoque, atrasos e trocas sejam minimizados.
Costa (2009)	Aborda o problema de planejamento da produção de uma indústria de panificação utilizando um modelo matemático de programação linear inteira mista. O modelo utiliza dados técnicos de tempos de processo, produtos e equipamentos existentes na indústria, além da demanda real e ainda permite o tomador de decisão ponderar sobre a importância dos seguintes objetivos: produzir toda a demanda, atender aos pedidos no tempo, utilizar os equipamentos da melhor forma e não desperdiçar produtos.
Costa e Silva (2009)	Propõem a resolução do problema de planejamento da produção de uma indústria de panificação utilizando um modelo matemático de programação linear inteira mista. O objetivo do modelo é fazer com que a produção seja realizada dentro do horário previsto, com redução da perda de produtos, com otimização do uso dos equipamentos e otimização da linha de produção, atendendo toda a demanda.
Gonçalves (2009)	Apresenta formulações de programação inteira para o problema de escalonamento determinístico <i>flow shop</i> , onde existem penalidades por atraso na tarefa. O objetivo desses modelos são minimizar o somatório ponderado dos atrasos da tarefa.
Souza (2009)	Trata de programação da produção em um ambiente <i>flow shop</i> , onde foi proposto um modelo de programação linear inteira mista com o objetivo de melhorar a eficiência do sistema produtivo a partir da minimização das somas de punições por adiantamento e atraso.
Belo Filho (2010)	Trata do problema integrado de programação da produção e dimensionamentos de lotes em ambientes <i>flow shop</i> , tendo o objetivo de determinar uma programação da produção que minimize os custos de preparação de máquina, de produção e de estoque.
Gonçalves e Barboza (2010)	Propõem formulações de programação inteira com variáveis contendo índice de tempo t para o problema de escalonamento determinístico <i>flow shop</i> , onde o existem penalidades por atraso nas tarefas. São apresentadas formulações com variáveis binárias com o objetivo de minimizar o somatório ponderado dos tempos de finalização das tarefas.
Takano (2010)	Apresenta formulações matemáticas para o processo de fabricação de lotes de peças em uma célula flexível de manufatura, com o objetivo de minimizar o tempo de fabricação dos produtos e o seu custo. No trabalho foram propostas e comparadas formulações matemáticas de programação linear inteira mista e programação não linear inteira mista.
Takano e Rodrigues (2010)	Propõe um modelo matemático que otimiza simultaneamente o sequenciamento e balanceamento de uma célula flexível de manufatura, utilizando programação linear inteira mista.
Bispo <i>et al.</i> (2011)	Desenvolve uma interface gráfica para o sistema GAMS, para facilitar o acompanhamento de execução das tarefas planejadas em plantas de polpa de fruta. Portanto, foi implementado um modelo de sequenciamento de natureza de programação linear inteira mista para otimizar o tempo de execução de todas as tarefas.
Luche (2011)	Propõe modelos e métodos de solução que auxiliem na tomada de decisões da escolha e do sequenciamento dos processos a serem utilizados em uma indústria de matérias-primas granulares eletrofundidas. Foram desenvolvidos modelos de programação linear inteira mista que combinam modelos clássicos de seleção de processos e dimensionamento de lotes monoestágio.
Oliveira (2011)	Aborda a otimização do planejamento produtivo a curto prazo de um estaleiro náutico. Foi elaborada uma abordagem computacional baseada em programação linear inteira mista para minimizar a ociosidade do posto de trabalho, gargalo na fabricação de peças entre um modelo e outro de embarcação.
Gonçalves Júnior e Jesus (2012)	Apresentam um modelo de programação linear inteira mista para o sequenciamento de produção em plantas de processamento de frutas, com o objetivo de minimizar o tempo total de processamento <i>makespan</i> e encontrar a sequência ótima para quatro tarefas em três processadores.
Santos <i>et al.</i> (2013)	Propõem um modelo de programação linear que tem como objetivo minimizar os

	custos de produção e estoque em um fábrica de sorvetes. O modelo buscava saber qual a produção ótima para os meses de setembro, outubro, novembro e dezembro para doze diferentes sabores de um produto específico.
Silva Neto (2013)	Trata da montagem de cargas e sequenciamento de caminhões em um centro de distribuição. Portanto, para otimizar operações do centro de distribuição, os problemas de montagem de cargas e sequenciamento de caminhões são formulados por meio de modelos de programação linear inteira mista.
Vaz <i>et al.</i> (2013)	Propõe um modelo de programação linear mista para uma empresa com ambiente <i>flow shop</i> , com o objetivo de minimizar a soma dos adiantamentos e atrasos, de maneira que os produtos sejam entregues o mais próximo possível de suas datas de entrega, respeitando a filosofia just-in-time.

QUADRO 1 – Síntese dos conteúdos dos trabalhos que tratam de modelos de programação linear para programação da produção em sistemas *Flow Shop* Tradicional. Fonte: Dados da Pesquisa

4.2 Análise de Conteúdo dos Trabalhos

Conforme explicitado na seção 4.1 foram identificados 19 trabalhos que tratam da modelagem de Programação Linear orientados à solução do problema de programação em sistemas *Flow Shop* Tradicional. O quadro 2 a seguir relaciona os trabalhos identificados, de acordo com o tipo de função-objetivo (monocritério, bicritério e multicritério), respectivamente.

Tipo de Função-Objetivo	Referências
Monocritério	Cury (1999); Luche (2003); Luche e Morabito (2005); e Gonçalves (2009); Gonçalves e Barboza (2010); Bispo <i>et al.</i> (2011); Luche (2011); Takano e Rodrigues (2010); Gonçalves Júnior e Jesus (2012); e Silva Neto (2013).
Bicritério	Luche e Morabito (2005); Souza (2009); Takano (2010); Luche (2011); Vaz <i>et al.</i> (2013); e Santos <i>et al.</i> (2013).
Multicritério	Ferreira (2006); Costa (2009); Costa e Silva (2009); Belo Filho (2010); e Oliveira (2011).

QUADRO 2 – Relação de trabalhos de acordo com o tipo de Função-Objetivo. Fonte: Dados da Pesquisa

Os quadros 3 e 4, a seguir relacionam os trabalhos identificados, de acordo com o critério de desempenho adotado e as restrições adicionais incorporadas ao problema, respectivamente.

Critério de Desempenho	Referências
<i>Makespan</i>	Takano (2010); Bispo <i>et al.</i> (2011); Oliveira (2011); Takano e Rodrigues (2010); e Gonçalves Júnior e Jesus (2012).
<i>Lateness</i>	Cury (1999); e Vaz <i>et al.</i> (2013).
<i>Tardiness</i>	Luche e Morabito (2005); Ferreira (2006); Gonçalves (2009); Souza (2009); Gonçalves e Barboza (2010); e Vaz <i>et al.</i> (2013).
<i>Earliness</i>	Souza (2009).
Custo de produção	Belo Filho (2010); Takano (2010); e Santos <i>et al.</i> (2013).
Custo/Tempo de <i>setup</i>	Ferreira (2006); e Belo Filho (2010).
Custo de estoques	Ferreira (2006); Belo Filho (2010); e Santos <i>et al.</i> (2013).
Número de períodos necessários para produção dos itens demandados	Luche (2003); e Luche e Morabito (2005).
Falta de produção	Luche (2003); Luche e Morabito (2005); e Luche (2011).
Produzir dentro do horário previsto	Costa (2009); e Costa e Silva (2009).
Reduzir perda de produtos por produção excessiva	Costa (2009); e Costa e Silva (2009).
Processar o menor número de lotes possível	Costa (2009); e Costa e Silva (2009).

Produzir toda a demanda	Costa (2009); e Costa e Silva (2009).
Excesso de produção	Luche (2011).
Ociosidade do posto de trabalho	Oliveira (2011).
<i>Lead time</i>	Oliveira (2011).
Peso morto das cargas	Silva Neto (2013).

QUADRO 3 – Relação de trabalhos de acordo com os critérios de desempenho adotados. Fonte: Dados da Pesquisa

Restrições Adicionais	Referências
Dimensionamento de lotes	Luche (2003); Luche e Morabito (2005); Ferreira (2006); Belo Filho (2010); e Luche (2011).
Datas de entrega	Cury (1999); Gonçalves (2009); Souza (2009); e Oliveira (2011).
Relações de precedência	Cury (1999); Takano (2010); Bispo <i>et al.</i> (2011); Oliveira (2011); Takano e Rodrigues (2010); e Gonçalves Júnior e Jesus (2012).
Tempos de <i>setup</i>	Luche e Morabito (2005); Ferreira (2006); Belo Filho (2010); Gonçalves e Barboza (2010); Takano (2010); Luche (2011); e Vaz <i>et al.</i> (2013).
Capacidade das máquinas	Costa (2009); Costa e Silva (2009); e Belo Filho (2010).
Recursos limitados	Luche e Morabito (2005).
Tempo de operação	Costa (2009); e Costa e Silva (2009).
Atendimento da demanda	Ferreira (2006); Belo Filho (2010); e Takano e Rodrigues (2010).
Demanda do período	Costa (2009); e Costa e Silva (2009).
Horizonte de planejamento	Belo Filho (2010).
Capacidade dos postos de trabalhos	Oliveira (2011).
Disponibilidade de mão-de-obra	Oliveira (2011).
Tempo máximo de espera	Oliveira (2011).
Produção diária máxima	Santos <i>et al.</i> (2013).
Tempo disponível de produção	Santos <i>et al.</i> (2013).
Limite mínimo de demanda	Santos <i>et al.</i> (2013).
Capacidade dos caminhões	Silva Neto (2013).
Folga permitida	Silva Neto (2013).

QUADRO 4 – Relação de trabalhos de acordo com as restrições adicionais incorporadas. Fonte: Dados da Pesquisa

No quadro 5 são relacionados os trabalhos, de acordo com o propósito da modelagem presente nos trabalhos analisados.

Propósito da Modelagem	Referências
Aplicação em contexto industrial específico	Luche (2003); Luche e Morabito (2005); Ferreira (2006); Costa (2009); Costa e Silva (2009); Takano (2010); Bispo <i>et al.</i> (2011); Luche (2011); Oliveira (2011); Gonçalves Júnior e Jesus (2012); Santos <i>et al.</i> (2013); e Silva Neto (2013).
Aplicação em contexto industrial genérico	Gonçalves (2009); Souza (2009); Belo Filho (2010); Gonçalves e Barboza (2010); Takano e Rodrigues (2011); e Vaz <i>et al.</i> (2013).
Comparação do desempenho de heurísticas	Souza (2009).
Hibridização de procedimentos de solução ótima com heurísticas	Cury (1999); e Belo Filho (2010).
Desenvolvimento de interface gráfica	Bispo <i>et al.</i> (2011).

QUADRO 5 – Relação de trabalhos de acordo com o propósito da modelagem. Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando os *softwares* utilizados nos trabalhos, percebe-se que os autores que utilizaram o GAMS foram Luche (2003), Luche e Morabito (2005), Ferreira (2006), Takano (2010), Bispo *et al.* (2011), Luche (2011), Oliveira (2011), Takano e Rodrigues (2010), e Gonçalves Júnior e Jesus (2012); os autores que utilizaram o MOSEK foram Costa (2009) e Costa e Silva (2009); os autores que utilizaram o AMPL foram Ferreira (2006) e Silva Neto

(2013); os autores que utilizaram o UFFLP foram Gonçalves (2009) e Gonçalves e Barboza (2010); e os autores que utilizam o MPL, o OPL, o LINGO, o IBM LOG CPLEX e o *Excel/Visual Basic* foram respectivamente, Ferreira (2006), Vaz *et al.* (2013), Santos *et al.* (2013), Belo Filho (2010) e Souza (2009).

Ao analisar os *solvers* utilizados para a modelagem, percebe-se que os autores que utilizaram o CPLEX foram Luche (2003), Luche e Morabito (2005), Ferreira (2006), Gonçalves (2009), Souza (2009), Belo Filho (2010), Gonçalves e Barboza (2010), Takano (2010), Bispo *et al.* (2011), Luche (2011), Oliveira (2011), Takano e Rodrigues (2010), Gonçalves Júnior e Jesus (2012), Silva Neto (2013) e Vaz *et al.* (2013); os autores que utilizaram o *solver* do MOSEK foram Costa (2009) e Costa e Silva (2009). Apenas um autor utilizou o *solver* do LINGO, sendo Santos *et al.* (2013). Os *solvers* Baron e Minos foram utilizados apenas por Takano (2010).

Em relação aos *softwares* utilizados para modelagem e aos *solvers* utilizados para a resolução do modelo, destaque deve ser dado ao trabalho de Cury (1999) que não especificou o *software* e o *solver* utilizado para modelagem e resolução do problema. Destaque também devem ser dado aos trabalhos de Ferreira (2006) que utilizou mais de uma *software* para modelagem, e ao trabalhos de Takano (2010) que utilizou mais de um *solver*. Ressalta-se que alguns dos trabalhos analisados não especificam o *software* de modelagem e/ou *solver* utilizados.

Os problemas utilizados nos testes dos modelos, delineados em termos de números de tarefas e números de estágios, de um modo geral, são classificados em problemas de pequeno, médio e grande porte. Entretanto, não existe um parâmetro padrão que delimite o tamanho dos problemas em termos de número de tarefas e números de estágio. Alguns autores utilizam problemas testes disponíveis em outras publicações, enquanto estabelecem parâmetros específicos para a geração dos problemas testes. Esse fator impossibilitou o estabelecimento de uma classificação e consequentemente, o agrupamento dos trabalhos em termos de características dos problemas testes.

Em geral, trabalhos que tratam do desenvolvimento de modelos para problemas de otimização combinatória, que é o caso, dos problemas de programação da produção, tendem a estabelecer um tempo limite para a execução do *solver*, dado que os *solvers* podem não conseguir obter soluções ótimas em tempo computacional aceitável, devido a natureza NP-hard dos problemas combinatórios. Nos trabalhos analisados, os seguintes tempos máximos de execução foram verificados: 100 segundos; 600 segundos; 3600 segundos; 7200 segundos; 14400 segundos e 18000 segundos. Ressalta-se aqui que nem todos os trabalhos apresentam de forma explícita o delineamento da experimentação computacional, que inclui dentre outras características, o tempo máximo de execução do *solver*.

Em relação aos mínimos tempos computacionais apresentados nos trabalhos, verifica-se que estes dependem das características dos problemas testes utilizados na experimentação computacional, sendo identificada uma grande diversidade de tempos. Esse fator impossibilitou o estabelecimento de uma classificação e consequentemente, o agrupamento dos trabalhos em relação aos menores tempos computacionais obtidos pelos modelos.

A qualidade da solução de um modelo matemático para programação da produção executado em um *solver* pode ser mensurada em termos de: solução ótima com desvio igual a zero; solução viável (inteira) com desvio maior que zero e tempo limite excedido pelo *solver*; solução inviável (não inteira), sem desvio e tempo limite excedido pelo *solver*; e insuficiência

de memória para compilar o modelo (JUNQUEIRA *et al.*, 2010). Dos trabalhos analisados, discussões sobre a qualidade da solução fornecida pelo modelo estão presentes quatro trabalhos, conforme segue: Gonçalves (2009); Belo Filho (2010); Gonçalves e Barboza (2010); e Luche (2011).

5. Discussão dos Resultados

Do total de trabalhos analisados, verifica-se que 42,11% (8 trabalhos) apresentam função objetivo monocritério, 21,05% (4 trabalhos) apresentam função objetivo bicritério, 26,32% (5 trabalhos) apresentam função objetivo multicritério e apenas 10,52% (2 trabalhos) apresentam duas funções objetivos: monocritério e bicritério.

Dos 8 artigos que apresentam apenas função objetivo monocritério, verifica-se que o critério de desempenho *lateness*, é utilizado em 12,5% dos trabalhos (1 trabalho), o critério de desempenho *makespan*, é utilizado em 37,5% dos trabalhos (3 trabalhos), o critério de desempenho *tardiness*, é utilizado em 25% dos trabalhos (2 trabalhos), o critério de desempenho peso morto nas cargas, é utilizado em 12,5% dos trabalhos (1 trabalho), e em 12,5% (1 trabalho) são utilizados dois critérios de desempenho, sendo eles: número de períodos necessários para produção dos itens demandados e falta de produção.

Dos 4 artigos que apresentam apenas função objetivo bicritério, verifica-se que cada artigo contém dois critérios de desempenho diferentes dos demais, sendo eles: *tardiness* e *earliness*; *makespan* e custo de produção; custos de produção e custos de estoque; *lateness* e *tardiness*, os quais são utilizados em 25% dos trabalhos (1 trabalho).

Dos 5 artigos que apresentam função objetivo multicritério, verifica-se que os critérios de desempenho custos de estoques, *tardiness* e tempo de *setup*, são utilizados em 20% dos trabalhos (1 trabalho), os critérios de desempenho produzir dentro do horário previsto, reduzir perda de produtos por produção excessiva, processar o menor número de lotes possível e produzir toda a demanda, são utilizados em 40% dos trabalhos (2 trabalhos), os critérios de desempenho custos de preparação de máquina, custos de produção e custos de estoques, são utilizados em 20% dos trabalhos (1 trabalho), e os critérios de desempenho ociosidade do posto de trabalho, *lead time* e *makespan*, são utilizados em 20% dos trabalhos (1 trabalho).

Todos os trabalhos apresentam restrições adicionais, portanto, 26,31% (5 trabalhos) apresentam dimensionamento de lotes, 26,31% (5 trabalhos) apresentam datas de entrega, 26,31% (5 trabalhos) apresentam relações de precedência, 31,58% (6 trabalhos) apresentam tempos de *setup*, 21,05% (4 trabalhos) apresentam capacidade das máquinas, 15,78% (3 trabalhos) apresentam atendimento da demanda e 63,15% (12 trabalhos) apresentam outras restrições adicionais. Ressalta-se que 36,84% (7 trabalhos) dos trabalhos apresentam apenas 1 restrição e 63,16% (12 trabalhos) apresentam mais de uma restrição.

Analisando o propósito da modelagem dos 19 trabalhos, verifica-se que 57,89% (11 trabalhos) são voltados para a aplicação em um contexto industrial específico, 21,05% (4 trabalhos) são voltados para aplicação em contexto industrial genérico, 5,26% (1 trabalho) é voltado para hibridização de procedimentos de solução ótima com heurísticas, 5,26% (1 trabalho) é voltado para aplicação em contexto industrial genérico e para comparação do desempenho de heurísticas, 5,26% (1 trabalho) é voltado para aplicação em contexto industrial genérico e para hibridização de procedimentos de solução ótima com heurísticas, e 5,26% (1 trabalho) é voltado para a aplicação em um contexto industrial específico e para desenvolvimento de interface gráfica.

Dos 18 trabalhos que apresentam os *softwares* utilizados para a modelagem do problema, verificou-se que o GAMS foi utilizado em 47,37% dos trabalhos (9 trabalhos), o MOSEK, o AMPL e o UFFLP, foram utilizados, cada um, em 10,52% dos trabalhos (2 trabalhos cada), o *Excel/Visual Basic*, o IBM LOG CPLEX, o LINGO, o MPL e o OPL foram utilizados, cada um, em 5,26% dos trabalhos (1 trabalho cada um). Nesta análise destaca-se que Ferreira (2006) utiliza três *softwares* para modelagem (AMPL, GAMS e MPL).

Do total de 18 trabalhos que explicitam o *solver* utilizados para modelagem, o CPLEX foi utilizado em 73,68% dos trabalhos (14 trabalhos), o MOSEK é utilizado em 10,53% dos trabalhos (2 trabalhos), o *solver* do LINGO, o Baron e Minos são utilizados, cada um, em 5,26% dos trabalhos (1 trabalho cada). Nesta análise destaque deve ser dado ao trabalho de Takano (2010) que utiliza os *solvers* CPLEX, Baron e Minos para obter a solução do modelo matemático.

Em relação a qualidade da solução fornecida pelo modelo, verifica-se que somente 21,05% (4 trabalhos) apresentam este tipo de discussão.

6. Considerações finais

Percebeu-se com a realização deste, a predominância de estudo voltados ao desenvolvimento de modelos matemáticos que tenham critério de desempenho relacionado a duração total da programação (*makespan*).

A presença de restrições adicionais, uma realidade na produção da maioria das organizações, está presente na maioria dos trabalhos analisados. No entanto, nota-se que muitas das restrições listadas na literatura especializada ainda não têm sido incorporadas aos modelos, como por exemplo, tempos de defasagem, limitações de espaço para estocagem, quebras de máquinas, estágios gargalos, entre outras. Assim, a adição de novas restrições aos modelos orientados a problemas de programação em ambientes *Flow Shop* Tradicional podem ser alvo de várias pesquisas futuras.

Outra constatação feita no decorrer deste estudo foi a falta de padronização no delineamento das experimentações computacionais e nos problemas testes utilizados nos trabalhos analisados. Sugere-se para pesquisas futuras a realização de um estudo acerca dos principais delineamentos de experimentações e dos principais problemas de testes utilizados para análise de métodos para o problema de programação da produção para ambientes *Flow Shop* Tradicional, e posterior definição de um banco de dados que possa auxiliar na análise de desempenho de modelos matemáticos para o problema em questão.

Por fim, constatou-se que poucos trabalhos apresentam análises de desempenho dos modelos de solução desenvolvidos. Ressalta-se que diferentes formulações matemáticas implicam em diferentes desempenhos, o que justifica o grande interesse dos pesquisadores da área no desenvolvimento de novas formulações.

Referências

- ABEPRO. *Áreas e Subáreas de Engenharia de Produção*. 2008. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/interna.asp?p=399&m=424&s=1&c=362>>.
- ALLAHVERDI, A., CHENG, T. C. E. & KOVALYOV, M. Y. A. Survey of scheduling problems with setup times or costs. *European Journal of Operational Research*, v.187, pp. 985–1032, 2008.
- ANDRADE, E. L. *Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisões*. 3 ed. Rio de Janeiro. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2002.

- ARENALES, M. ARMENTANO, V.; MORABITO, R. & YANASSE, H. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- BELO FILHO, M. A. F. *Programação de produção e dimensionamento de lotes para flowshop*. 2010. 95f. Dissertação (Mestrado em Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- BISPO, D. A. *et al.* Desenvolvimento de interface gráfica para o sequenciamento de produção. *Scientia Plena*. V.7, no. 8,7 jul. 2011.
- BOIKO, T. J. P.; MORAIS, M. F. A Atividade de Programação da Produção sob a Ótica da Pesquisa Operacional: Uma Abordagem Teórico Conceitual. In: ENCONTRO TECNOLÓGICO. 6., 2009, Campo Mourão. *Anais...*Campo Mourão: UTFPR, 2009.
- BOIKO, T. J. P. Programação da produção em flow shop permutacional com restrições adicionais e critérios de desempenho de flow time e makespan: uma revisão de literatura. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA. 4., 2009. Campo Mourão. *Anais...*Campo Mourão: NUPEM, 2009.
- COSTA, A. R. N. *Programação da produção otimizada em indústrias de panificação*. 2009. 119f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- COSTA, A. R. N.; SILVA, A. L. Programação Da Produção Otimizada em Indústrias de Panificação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 41., 2009, Porto Seguro. *Anais...*Bento Porto Seguro: SOBRAPO, 2009.
- CURY, R. M. *Uma abordagem difusa para o problema de Flow-shop scheduling*. 1999. 75f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.
- FERREIRA, D. *Abordagens para o problema integrado de dimensionamento e seqüenciamento de lotes da produção de bebidas*. 2006. 247f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.
- FURLANETTO, A.; GORINI NETO, D. *Planejamento, Programação e Controle da Produção*. 2004. 62f. Monografia - Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma, 2004.
- GONÇALVES JUNIOR, D. R.; JESUS, E. Sequenciamento de produção com restrição na ordem de precedência. *Geintec*. v. 2, no. 3, p. 274-284, 2012.
- GONÇALVES, J. M. B. ; BARBOZA, E U. *Formulações com variáveis contendo índice de tempo para o problema do flow shop em duas máquinas com penalidades por atraso nas tarefas*. 2010, 21 p. Relatório de pesquisa (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2010.
- GONÇALVES, J. M. B. *Formulações para o problema do Flow shop em duas máquinas com penalidades por atrasos nas tarefas*. 2009. 114f . Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2009.
- JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. Modelos de otimização para problemas de carregamento de contêineres com considerações de estabilidade e de empilhamento. *Pesquisa Operacional*, v. 30, no. 1, p.73-98, 2010.
- LUCHE, J. R. D.& MORABITO, R. Otimização na programação da produção de Grãos eletrofundidos: um estudo de caso. *Gestão & Produção*. São Paulo, v.12, no.1, p.135-149, jan./abr 2005.
- LUCHE, J. R. D. *Otimização na programação da produção de grãos eletrofundidos: um estudo de caso*. 2003.78 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.
- LUCHE, J. R. D. *Modelos e algoritmos para a otimização do planejamento da produção de grãos eletrofundidos*. 2011. 140f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011.
- LUSTOSA, L; MESQUITA, M. A; QUELHAS, O; OLIVEIRA, R.. *Planejamento e Controle da Produção*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

- MACCARTHY, B. L.; LIU, J.Y. Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling. *International Journal of Production Research*, v.31, n.1, pp. 59-79, 1993.
- MARINS, F. A. S. *Introdução à Pesquisa Operacional: Apostila*. Disciplina de Introdução a Pesquisa Operacional, UNESP - Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2011.
- MORAIS, M. F. *et al.* Análise da Programação da Produção em Sistemas Flow Shop Híbrido com Tempos de Setup Dependentes da Seqüência. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção. 30., 2010. São Carlos. *Anais...*São Carlos: ABEPRO, 2010.
- OLIVEIRA, V. A. *Programação da produção de um estaleiro náutico*. 2011. 127f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e de Materiais) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.
- SANTOS, B. S. *et al.* Modelagem de programação de produção e estoques para uma fábrica de sorvetes no Sul do Brasil. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 20., 2013, Bauru. *Anais...*Bauru: UNESP, 2013.
- SILVA NETO, J. P. *Montagem de cargas e sequenciamento de caminhões em um centro de distribuição*. 2013. 79f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.
- SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. *Administração da Produção*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- SOUZA, A.B.D.& MOCCELLIN, J.V. Metaheurística Híbrida Algoritmo Genético-Busca Tabu para Programação de Operações Flow Shop. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 32., 2000, Viçosa. *Anais...*Viçosa: SOBRAPO. 2000.
- SOUZA, E. C. *Programação de tarefas em um flow shop*. 2009.124f. Tese (Doutorado em Engenharia Naval e Oceânica) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.
- TAILLARD, E. Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, Amsterdam, v. 64, p. 278-285, 1993.
- TAKANO, M. I. *Otimização da produção de uma célula flexível de manufatura com torno e fresadora CNC*. 2010. 87f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e de Materiais) – Universidade Tecnológica do Paraná, Curitiba, 2010.
- TAKANO, M. I.; RODRIGUES, L. C. A. *Sequenciamento e balanceamento de uma célula flexível de manufatura usando programação linear inteira mista*. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 42., 2010, Bento Gonçalves. *Anais...*Bento Gonçalves: SOBRAPO, 2010.
- VAZ, C. M. *et al.* *Modelo de programação linear inteira mista para minimização dos adiantamentos e atrasos em flow shop com setup dependente da seqüência*. 2013. 6f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática Industrial) - Universidade Federal de Goiás, 2013.