

## Revisão de literatura: aplicações de programação linear em problemas de designação em instituições de ensino

**Daniele Martins de Almeida, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão**

**almeida.dmartins@gmail.com**

**Fernanda Santos Silveira, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão**

**fernanda\_silveira15@hotmail.com**

**Larissa de Carvalho, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão**

**larissadecarvalho9@gmail.com**

**Lilian Aparecida Martins, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão**

**martinsaplilian@gmail.com**

**Tamara da Silva, EPA, UNESPAR/Campus de Campo Mourão**

**tamara\_silvaa@hotmail.com**

*Resumo: A pesquisa operacional utiliza-se de modelos matemáticos para representar um sistema real e auxiliar na tomada de decisão. Uma das técnicas da pesquisa operacional é a programação linear. Os modelos de designação ou atribuição são modelos de programação linear inteira, um caso particular dos modelos de programação linear. O presente trabalho tem como objetivo realizar uma revisão de literatura referente a trabalhos que tratem de aplicações de programação linear em problemas de designação. O trabalho classifica-se quanto aos fins, como descritivo, e quanto aos meios como bibliográfico. O método de trabalho adotado é o qualitativo. Os bancos de dados utilizados foram: Scielo, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, Portal Capes, revistas e anais de eventos de Engenharia de Produção, como Enegep e Simpep. As pesquisas foram restringidas a trabalhos que apresentassem problemas de designação associados a decisões em instituições de ensino. Após a realização das pesquisas foram levantados 20 trabalhos, dos quais, 50% utilizaram solver do Lingo; 80% possuem função-objetivo monocritério; 43,75% utilizaram a programação linear inteira; e a alocação de salas foi objetivada em 40% dos trabalhos.*

*Palavras-chave: Pesquisa operacional; Modelo de atribuição; Programação linear inteira.*

### 1. Introdução

O presente trabalho enquadra-se em uma, das dez grandes áreas de conhecimento da Engenharia de Produção, sendo esta, a área de Pesquisa Operacional, tendo como subárea a Programação Matemática (ABEPRO, 2008). A Pesquisa Operacional é uma área de conhecimento de Engenharia de Produção que fornece modelos matemáticos, que são normalmente processados computacionalmente, para a tomada de decisão (ABEPRO, 2008). O objetivo principal da Pesquisa Operacional é estabelecer a melhor utilização de recursos limitados, buscando determinar a programação otimizada de atividades ou recursos, e fornecer

um conjunto de procedimentos e métodos quantitativos para tratar de forma sistêmica problemas que abrange a utilização de recursos escassos (PAULA, 2008).

A Programação Linear atualmente é o instrumento de Pesquisa Operacional mais comum empregado na resolução prática de problemas decisórios objetivos e de certa complexidade (MEDRI e YOTSUMOTO, 2009).

O objetivo da pesquisa é encontrar trabalhos que tratam de aplicações de programação linear em problemas de designação e fazer uma análise dos mesmos.

O artigo está estruturado em seis seções. Na primeira seção apresenta-se a introdução. Logo em seguida encontra-se o referencial teórico. Em seguida apresentam-se os procedimentos metodológicos utilizados para realização do estudo. Posteriormente, encontra-se a revisão de literatura. Na quinta seção apresentam-se as considerações finais. Por fim apresenta-se as referências bibliográficas utilizadas.

## 2. Referencial Teórico

### 2.1 Programação Linear

A Pesquisa Operacional utiliza-se de modelos para representar um sistema real, onde os mesmos servem como base para análise e compreensão de um sistema. Assim, podem ser feitas alterações para alcançar a solução ótima do sistema. Alguns problemas como alocação de pessoas, mistura de materiais, distribuição, transporte, carteira de investimento, avaliação da eficiência, são resolvidos por técnicas particulares de pesquisa operacional, como por exemplo pela programação linear (SILVA *et al.*, 2012).

Programação linear é reconhecidamente como uma técnica de otimização de processos que envolvem recursos escassos. Com a evolução dos *hardwares* e o desenvolvimento de *softwares* específicos, sua utilização tem sido amplamente difundida, mesmo para problemas complexos (IGNÁCIO, 2009).

Segundo Baio *et al.* (2004), a programação linear é uma ferramenta para o planejamento de atividades para a obtenção de um resultado ótimo, respeitando as alternativas viáveis. Em um problema de programação linear, geralmente, há algumas soluções viáveis, quando todas as restrições são satisfeitas, assim havendo somente uma única solução.

O modelo linear visa encontrar o valor ótimo de uma função, dando um conjunto de restrições lineares de natureza estrita e não estrita. É considerado um modelo matemático de programação linear, o qual é composto de variáveis de decisão, função-objetivo e de restrições técnicas sendo representadas por inequações lineares (FROSSARD, 2009).

Goldbarg e Luna (2005), afirmam que os modelos de Programação Linear Inteira (PLI) constituem um caso particular dos modelos de Programação Linear.

De acordo com Sucena (2012), na PLI podemos identificar algumas situações, conforme: todas as variáveis de decisões são inteiras (Problemas de Programação Linear Inteira Pura – PLIP); partes das variáveis de decisões são inteiras (Problemas de Programação Linear Inteira Mista – PLIM); todas as variáveis de decisões são binárias (Problemas de Programação Linear Inteira Binária – PLIB); partes das variáveis de decisões são binárias (Problemas de Programação Linear Inteira Binária Mista – PLIBM). Os modelos de PLI

orientados a resolução de problemas de programação enquadram-se nas categorias de PLIP e PLBI.

## 2.2 Problemas de Designação

Os modelos de designação ou atribuição são modelos de Programação Inteira, um caso particular dos modelos de Programação Linear. Tem-se um problema de Programação Linear Inteira, quando todas as variáveis do modelo para a resolução do problema não assumem valores contínuos e sendo possível somente a utilização de valores discretos (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Para Rodrigues *et al.* (2005), os modelos de designação de tarefas a pessoas, são modelos em que as variáveis  $X_{ij}$  assumem apenas valores 0 ou 1. A designação é um caso particular do modelo de transportes, onde cada origem tem uma unidade disponível e cada destino necessita também de uma unidade (RODRIGUES *et al.*, 2005).

Segundo Arenales *et al.* (2007) o problema de designação envolve  $n$  tarefas e  $n$  agentes, sendo cada tarefa executada por um único agente e cada agente executa uma única tarefa, onde a execução de tarefa  $j$  pelo agente  $i$  tem um custo  $C_{ij}$ . O problema consiste em designar tarefas de modo a minimizar o custo total. Como exemplo de problema de designação pode-se citar: designação de frações de um lote de um item para processamento de máquinas, designações de centro de distribuições de jornais aos centros de impressão de jornais, e designação de clientes em roteamento de veículos. O modelo que representa o problema é dado por:

Definição das variáveis:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a tarefa } j \text{ é designada ao agente } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1, j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, i = 1, \dots, n$$

Onde a função-objetivo minimiza o custo total de designação de tarefas a agente e as restrições asseguram que cada tarefa  $j$  seja designada a um único agente  $i$  que executa uma tarefa, e a restrição indica o tipo das variáveis.

## 3. Metodologia

O presente trabalho foi realizado na Universidade Estadual do Paraná – Campus Campo Mourão, durante o mês de outubro de 2015, como parte da disciplina de Pesquisa Operacional. Trata-se de uma revisão de literatura sobre a utilização de modelos de programação linear orientados para problemas de designação.

O presente trabalho, classifica-se quanto aos fins, como descritivo, e quanto aos meios, como bibliográfico. O método de abordagem adotado foi o qualitativo.

Os bancos de dados utilizados para a busca de trabalhos foram: *Scientific Electronic Library Online (Scielo)*, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Portal Capes e revistas e anais de eventos de Engenharia de Produção, como Enegep e Simpep.

As principais palavras-chaves utilizadas na busca por trabalhos são: designação de salas de aula, designação de professores, designação, problemas de designação, programação linear, programação inteira, programação linear inteira e programação linear binária.

Dos trabalhos encontrados na literatura, foram extraídas algumas características, conforme segue: tipo de função-objetivo; tipo de programação linear; propósito da modelagem; *software* utilizado para modelagem; *solver* empregado na resolução do modelo. As análises dos trabalhos foram feitas, em grande parte, em termos de porcentagem de ocorrência das características principais.

## **4. Modelos de Programação Linear para problemas de designação em instituições de ensino**

### **4.1 Síntese de Conteúdo dos Trabalhos**

Foram identificados 20 trabalhos nas bases de dados pesquisadas que tratam de modelos de Programação Linear para problemas de designação em instituições de ensino, conforme segue: Schoeffel (2001), Kotsko *et al.* (2003), Goés (2005), Siqueira (2005), Lara (2007), Santos e Scheer (2007), Marcondes Filho (2008), Constantino *et al.* (2009), Beckmann e Bettiollo Junior (2010), Goés *et al.* (2010a), Goés *et al.* (2010b), Ferreira *et al.* (2011), Kripka *et al.* (2011), Andrade *et al.* (2012), Campos (2012), Cirino *et al.* (2013), Alves *et al.* (2014), Sales *et al.* (2014), Morais e Silva (2014), e Alarcão (2015).

Schoeffel (2001), apresenta em seu trabalho o desenvolvimento de um protótipo que auxilie no controle de reservas de salas de aula da Universidade Regional de Blumenau, com intuito de otimizar o processo de alocação de salas e turmas da melhor maneira possível, satisfazendo as restrições impostas. Para isso, o protótipo foi elaborado através de um algoritmo baseado na Pesquisa Operacional, o qual encontra o menor custo para a alocação de acordo com os valores cadastrados para cada restrição. Os processos que envolvem reservas de sala, depois da criação do protótipo, se tornaram mais ágeis e de fácil gerenciamento através de relatórios e gráficos gerados. O algoritmo de designação de problemas mostrou-se eficiente e eficaz na alocação das salas às turmas, porém o tempo de execução varia muito em função do caminho a ser percorrido para estabelecer a solução.

Kotsko *et al.* (2003), tratam da construção otimizada de um modelo para horário escolar de turmas em escolas de ensino fundamental e médio, utilizando técnicas da Pesquisa Operacional. Onde foi realizada a construção de um modelo utilizando todas as restrições correspondentes às exigências administrativas, onde são estabelecidos pesos adequados para interferência nas regras lexicográficas do simplex, forçando definições de horários que melhoram o valor da função-objetivo. O modelo desenvolvido foi eficaz na elaboração de horários, ainda podendo ser adaptado para a resolução do problema de escala de horários em outras escolas uma vez que as restrições dos professores e administrativas sejam semelhantes,

podendo alterar apenas o número de turmas e de professores, podendo ainda ser utilizado para confecção de escala de horários de departamentos de universidades públicas e privadas.

Goés (2005), trata em seu trabalho do desenvolvimento de um protótipo utilizando três algoritmos (exato, heurístico e misto) que encontre uma solução que satisfaça a preferência de cada professor, as exigências pedagógicas e operacionais na construção do horário escolar da Escola Municipal Planalto dos Pinheiros. A elaboração da modelagem matemática – no caso do método exato, é abordada com Programação Linear Inteira Binária, enquanto o método heurístico é um algoritmo baseado em Algoritmo Genético. O estudo compara os horários gerados pelo protótipo, o horário gerado pelo *software* comercial e o horário gerado manualmente na instituição de ensino. De modo geral, os resultados obtidos pelos métodos exato, heurístico e misto obtiveram mais eficiência, atendendo as restrições mais importantes para este caso.

Siqueira (2005), utiliza duas Redes Neurais recorrentes para resolver o problema da designação linear, o qual tem como propósito realizar a alocação de salas de aula para disciplinas de graduação e pós-graduação da UFPR. Neste estudo de caso, são testados mapas com diferentes dimensões para a determinação dos custos do problema. No problema de designação a determinação dos elementos da matriz de custos é feita utilizando a Rede de Kohonen, e na resolução do problema da designação, é utilizada a Rede Neural Recorrente de Wang (RNRW).

Lara (2007), trata em seu trabalho sobre a alocação de professores em instituições de ensino superior. A autora descreve dois modelos de otimização linear para resolver o problema de alocação de forma eficiente, sendo um aplicável para o cenário com um único campus e o outro para o cenário *multicampi*. O modelo é estruturado a partir de um processo pré-definido para a construção de quadro de horários, atuando na última fase para realizar a alocação de professores. Para realizar a alocação, foram considerados aspectos sobre o corpo docente, sobre os custos de alocação e sobre as informações para a alocação de custo mínimo.

Santos e Scheer (2007), apresentam em seu trabalho as abordagens utilizadas para a resolução do problema de alocações de professores na UnC. O intuito deste trabalho é mostrar as ferramentas da Pesquisa Operacional empregadas para solucionar o problema e descrever completamente a abordagem utilizada para resolver o problema na Universidade do Contestado. Para a resolução do problema utilizou-se a Programação Linear, pois o problema da geração de horários na Universidade é considerado como sendo um problema simples de designação. Os recursos disponíveis a serem alocados são os professores e suas respectivas disciplinas, desta forma, cada dupla “professor-disciplina” é alocada por completo em um único horário, assim tem-se o problema de designação, no qual, a modelagem por programação inteira, é realizada utilizando variáveis binárias.

Marcondes Filho (2008) apresenta em seu trabalho problemas de alocação de salas na Universidade Estadual de Maringá- PR, onde foi trabalho com três aplicações de algoritmos heurísticos. O primeiro consiste na resolução sucessiva de problemas de designação e o segundo na resolução sucessiva de problemas de designação com gargalo, ambos com três fases cada. O terceiro algoritmo é baseado na meta-heurística busca em vizinhança variável. Os três algoritmos resolveram o problema em um tempo aceitável e com uma solução de boa qualidade. Percebeu-se que o problema de designação apresentou os melhores resultados em relação à qualidade e eficiência comprovando sua viabilidade e efetividade.

Constantino *et al.* (2009), tratam sobre o problema de agrupamentos de aluno em uma universidade pública com 13 mil estudantes de graduação, onde tinha como objetivo permitir que cada aluno assista o máximo de disciplinas possíveis dentre todas as disciplinas que lhe foram atribuídas previamente, obedecendo alguns critérios de prioridades. Foram aplicados três algoritmos heurísticos construtivos, sendo dois baseados em programação linear inteira e um baseado no algoritmo para encontrar clique de peso máximo em grafo, os algoritmos foram comparados e testados com dados reais. Os algoritmos apresentam excelentes soluções para o agrupamento de alunos tanto para a instituição quanto para os alunos que puderam ter mais oportunidades em participar de aulas.

Beckmann e Bettiollo Junior (2010), apresentam uma análise da qualidade estrutural de escolas da rede pública. O intuito do trabalho foi identificar pontos positivos e negativos das escolas públicas da cidade de Guarapuava/PR, utilizando a técnica de Preferência Declarada para realizar o diagnóstico, para então, utilizar a Programação Inteira para fazer a designação dos alunos às escolas, o que contribui com os órgãos gestores do ensino no planejamento e busca de melhorias para o sistema escolar. Para aplicar o modelo de programação inteira, foi necessário realizar um levantamento prévio do número de alunos matriculados por série e escola nos últimos três anos e um levantamento da capacidade física das escolas.

Goés *et al.* (2010a), utilizam um modelo matemático, uma abordagem heurística e um método misto para otimizar programação de horário de professores/turmas. Para verificar o desempenho dos referidos métodos de solução, foi desenvolvido um protótipo para uma escola municipal da cidade de Araucária/ PR, tendo-se em vista a aplicação da referida otimização a diversas instituições. O intuito desse trabalho foi encontrar uma solução para satisfazer as exigências pedagógicas e operacionais das instituições, assim como as preferências de cada professor com relação aos dias e horários de aulas. Na construção do modelo matemático, utilizou-se a programação linear inteira binária, o qual obteve melhor resultado dentre os três métodos.

Góes *et al.* (2010b), apresentam três técnicas para encontrar a solução que satisfaça as exigências pedagógicas e operacionais de uma instituição com relação aos dias e horários de aulas. Onde foi comparado o desempenho de um modelo matemático, da abordagem heurística e método misto, verificando qual seria o método mais eficaz para solucionar o problema, e através de um protótipo para a construção da grade horária escolar de uma escola municipal da cidade de Araucária, PR, foi possível identificar que os três métodos apresentam soluções satisfatórias, pois de acordo com o estudo todos os horários foram bem aceitos.

Ferreira *et al.* (2011), apresentam em seu trabalho uma aplicação da programação linear para distribuir os encargos didáticos em instituições de ensino. Para realizar a distribuição, foi proposta uma formulação matemática de programação linear binária para maximizar a satisfação dos professores. Portanto, foi desenvolvido um sistema que permitisse o preenchimento online de um questionário para que os professores colocassem suas restrições de horários e preferências por turmas. Com a coleta das informações, o sistema gerou as matrizes necessárias para implementar o modelo matemático. Após a designação feita, foi possível medir o nível de satisfação dos professores.

Kripka *et al.* (2011), trata em seu trabalho sobre o problema de alocação de salas na Universidade de Passo Fundo, onde tinha como objetivo minimizar o deslocamento de alunos

no campus. Para resolução do problema foi utilizado o processo de otimização linear através do método Simulated Annealing. Portanto foram realizadas pesquisas de campo, em todas as otimizações realizadas houve soluções executáveis melhores que as praticadas e elaboradas manualmente, o que indica que o modelo proposto atendeu as necessidades da instituição, e com possíveis adaptações o modelo utilizado também poderia resolver problemas de outra instituição.

Andrade *et al.* (2012), apresentam a aplicação um modelo matemático de Programação Linear Binária para a geração da grade horária do curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal do Paraná, em que utilizaram um *software* para solução do modelo matemático e para a montagem do horário. A utilização do modelo reduziu os esforços necessários para se realizar esta tarefa, sendo que o mesmo levava vários dias para sua elaboração, e através do modelo, diminuiu para alguns minutos, somando-se tempo de cadastro e de processamento, atendendo todas às restrições impostas e considerando os pesos estabelecidos para mensurar a preferência dos professores, alunos e da instituição, minimizando as escolhas.

Campos (2012) expõe em seu trabalho um estudo para o problema de designação de salas de aula para a PUC Goiás, área 3, Campus I. Para tal, o autor teve como base um sistema de programação (SAPA), o algoritmo Húngaro e a ideia de resolver o problema horário por horário. A realização deste trabalho resultou em um desenvolvimento do sistema computacional utilizado como base nos estudos prévios. A utilização do sistema computacional é considerada propícia, pois o problema de designação de salas de aula para a PUC Goiás, área 3, Campus I, foi resolvido em cerca de 6 segundos, enquanto a Coordenação de Programação Acadêmica leva aproximadamente um mês e uma semana, para resolver o problema para toda a PUC Goiás.

Cirino *et al.* (2013), apresentam em seu trabalho um modelo de programação inteira para o problema de alocação de salas de aula em uma Universidade. Para este tipo de problema, os autores levaram em consideração a carga horária das diversas disciplinas e a alocação de professores predefinidos, desta forma, as restrições do problema foram as seguintes: duas disciplinas não podem ter aula simultaneamente na mesma sala; uma aula de uma disciplina não pode ser alocada em mais de uma sala; uma disciplina não pode ser alocada em uma sala que não a comporte. Após a modelagem do problema, os autores fazem a comparação entre a solução do modelo proposto com solução atual utilizada pela Universidade.

Alves *et al.* (2014), tratam em seu trabalho sobre a designação de Acadêmicos Candidatos (AC), do Curso de Engenharia de Produção Agroindustrial, as equipes de apoio à Comissão Organizadora do EEPA-ENPEPRO, por meio da Programação Linear, além de apresentar a solução ótima para o problema. Os autores elaboraram uma planilha, na qual foram listados os nomes dos candidatos e as notas que atribuíram a cada uma das equipes, de acordo com grau de afinidade, variando de 0 a 10. Com os dados contidos na planilha, foi desenvolvido um modelo de Programação Linear, e a resolução do problema foi feita utilizando-se o *Solver* do Excel.

Sales *et al.* (2014), utiliza em seu trabalho o desenvolvimento de um modelo matemático para resolver o problema de alocação de salas do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). O modelo matemático foi construído para

abordar o problema de alocação de multi-índice, onde havia a necessidade de minimizar o custo entre a razão da capacidade da sala e a oferta da disciplina e a menor distância entre as salas de aula e o departamento do professor, e atendendo a uma série de restrições essenciais e de qualidade. Esse processo normalmente era resolvido manualmente levando muitos dias e às vezes não era eficiente, utilizando o problema de programação linear houve uma melhor taxa de ocupação das salas proporcionando uma melhora significativa para o problema enfrentado.

Morais e Silva (2014), usam um modelo para otimizar a ocupação de salas de aula em uma instituição, tendo como objetivo discutir a aplicação de modelos de programação linear à otimização de redes na questão de alocação de espaços. Para a construção do modelo utilizou-se a programação inteira mista, que se mostrou satisfatória permitindo a alocação das disciplinas às salas com o menor deslocamento possível, podendo alocar as disciplinas e garantir a ocupação de todas as salas.

Alarcão (2015), aborda em seu trabalho o processo de melhoria na alocação de salas de aula da PUC Goiás. Para que tal processo fosse realizado, o autor estudou o problema de designação das salas de aula, analisando os requisitos necessários apresentados pela Coordenação de Programação Acadêmica (CPAC), o modelo matemático para o problema e o banco de dados do *Software* de Apoio à Programação Acadêmica (SAPA). A partir das informações levantadas, foi possível a implementação do algoritmo Húngaro para a resolução do problema. O problema foi resolvido em aproximadamente 34 minutos e os resultados apresentados foram muito satisfatórios, com alcance de 91% de eficiência na alocação das turmas em suas áreas de origem.

## 4.2 Análise de Conteúdo dos Trabalhos

Conforme explicitado na seção 4.1 foram identificados 20 trabalhos que tratam de Programação Linear para problemas de designação em instituições de ensino, conforme segue: Schoeffel (2001), Kotsko *et al.* (2003), Goés (2005), Siqueira (2005), Lara (2007), Santos e Scheer (2007), Marcondes Filho (2008), Constantino *et al.* (2009), Beckmann e Bettiollo Junior (2010), Goés *et al.* (2010a), Góes *et al.* (2010b), Ferreira *et al.* (2011), Kripka *et al.* (2011), Andrade *et al.* (2012), Campos (2012), Cirino *et al.* (2013), Alves *et al.* (2014), Sales *et al.* (2014), Moraes e Silva (2014), e Alarcão (2015).

Os quadro 1 e 2 a seguir relacionam os trabalhos identificados, de acordo com o *solver* e o *software* utilizados.

<b>Solver</b>	<b>Referências</b>
<i>Solver</i> do Lingo:	Beckmann e Bettiollo Junior (2010); Goés <i>et al.</i> (2010a); Ferreira <i>et al.</i> (2011); Andrade <i>et al.</i> (2012); Kotsko <i>et al.</i> (2003); Goes <i>et al.</i> (2010b), Costa e Steiner (2010) e Goés (2005).
Cplex	Lara (2007) e Moraes e Silva (2014).
LP-solve	Constantino <i>et al.</i> (2009).
<i>XPress – MP</i>	Santos e Scheer (2007).
IBM ILOG Cplex	Sales <i>et al.</i> (2014) e Cirino <i>et al.</i> (2013).
<i>Solver</i> do Excel	Alves <i>et al.</i> (2014).

QUADRO 1 – Relação de trabalhos de acordo com o *solver* utilizado. Fonte: Dados da Pesquisa



# IX EEPA

IX ENCONTRO DE ENGENHARIA  
DE PRODUÇÃO AGROINDUSTRIAL  
19 A 20 DE NOVEMBRO DE 2015

<b>Software</b>	<b>Referências</b>
Lingo	Ferreira <i>et al.</i> (2011), Beckmann e Bettiollo (2010), Kotsko <i>et al.</i> (2003), Goés <i>et al.</i> (2010b), Andrade <i>et al.</i> (2012), Alves <i>et al.</i> (2014), Siqueira (2005).
AMPL	Lara (2007).
SAPA	Alarcão (2015).
GAMS	Morais e Silva (2014).
SPATE	Schoeffel (2001).
ZIMPL	Sales <i>et al.</i> (2015).

QUADRO 2 – Relação de trabalhos de acordo com o *software* utilizado. Fonte: Dados da Pesquisa.

No quadro 3, estão relacionados os trabalho identificados, de acordo com o tipo de função-objetivo.

<b>Tipo de Função-Objetivo</b>	<b>Referências</b>
Monocritério	Beckmann e Bettiollo Junior (2010); Goes <i>et al.</i> (2010b); Ferreira <i>et al.</i> (2011); Marcondes Filho (2008); Kripka <i>et al.</i> (2011); Andrade <i>et al.</i> (2012); Alarcão (2015); Moraes e Silva (2014); Goés <i>et al.</i> (2010b); Goés (2005); Schoeffel (2001); Campos (2012); Alves <i>et al.</i> (2014); Siqueira (2005); Santos e Scheer (2007); Kotsko <i>et al.</i> (2003); e Constantino <i>et al.</i> (2009).
Bicritério	Lara (2007); Sales <i>et al.</i> (2014); Cirino <i>et al.</i> (2013); e Constantino <i>et al.</i> (2009).

QUADRO 3 – Relação de trabalhos de acordo com o tipo de função-objetivo. Fonte: Dados da Pesquisa.

No quadro 4 e 5, estão listados os trabalhos identificados de acordo com os tipos de programação linear e com o propósito de modelagem.

<b>Tipos de programação linear</b>	<b>Referências</b>
Programação linear inteira	Constantino <i>et al.</i> (2009); Beckmann e Bettiollo Junior (2010); Campos (2012); Sales <i>et al.</i> (2014); Cirino <i>et al.</i> (2013); Marcondes Filho (2008); Alves <i>et al.</i> (2014).
Programação linear Inteira Binária	Goes <i>et al.</i> (2010a); Goes <i>et al.</i> (2010b); Moraes e Silva (2014); Santos e Scheer (2007); Kotsko <i>et al.</i> (2003); Goés (2005); Siqueira (2005).
Programação linear binária	Ferreira <i>et al.</i> (2011); Andrade <i>et al.</i> (2012).

QUADRO 4 – Relação de trabalhos de acordo com o tipo de programação linear. Fonte: Dados da Pesquisa

<b>Propósito de modelagem</b>	<b>Referências</b>
Programação de horário	Costa e Santos (2013); Goes <i>et al.</i> (2010a); Goes <i>et al.</i> (2010b); Kotsko <i>et al.</i> (2003); Andrade <i>et al.</i> (2012); Ferreira <i>et al.</i> (2011).
Alocação de salas	Cirino <i>et al.</i> (2013); Sales <i>et al.</i> (2014); Campos (2012); Schoeffel (2001); Moraes e Silva (2014); Marcondes Filho (2008); Alarcão (2015); Kripka <i>et al.</i> (2011).
Designação de professores	Santos e Scheer (2007); Lara (2007).
Designação dos alunos	Constantino <i>et al.</i> (2009); Beckmann e Bettiollo Junior (2010); Alves <i>et al.</i> (2014).

QUADRO 5 – Relação de trabalhos de acordo com o propósito. Fonte: Dados da Pesquisa

## 5. Discussão dos Resultados

Dos 14 trabalhos que apresentam o *solver*, verifica-se que o *solver* do Lingo foi utilizado em 50% dos trabalhos (7 trabalhos), o Cplex e o IBM ILOG Cplex foram utilizados

cada um, em 14,28% dos trabalhos (2 trabalhos cada) e o Lp-solve, o *XPress – MP* e o *solver* do *Excel* foram utilizados cada um, em 7,14% dos trabalhos (1 trabalho cada).

De acordo com o quadro 2, percebe-se que 12 trabalhos utilizaram *softwares*, sendo que o *software* Lingo foi utilizado em 58,33% (7 trabalhos), o AMPL foi utilizado 8,33% (1 trabalho), o SAPA foi utilizado 8,33% (1 trabalho), o GAMS foi utilizado 8,33% (1 trabalho), o SPATE foi utilizado 8,33% (1 trabalho), e o ZIMPL foi utilizado 8,33% (1 trabalho).

Ao analisar o quadro 3, verifica-se que do total dos trabalhos analisados, 80% (16 trabalhos) apresentam função-objetivo monocritério, 15% (3 trabalhos) apresentam função-objetivo bicritério, e 5% (1 trabalho) apresentam dois tipos de funções-objetivos: monocritério e bicritério.

Conforme o quadro 4, dos 16 trabalhos que apresentam o tipo de programação linear, é possível analisar que 43,75% utilizou-se a programação linear inteira (7 trabalhos), 43,75% utilizou-se a programação linear inteira binária e 12,5% utilizou-se a programação linear binária (2 trabalhos).

Analisando o quadro 5, observa-se que a programação de horário foi objetivada por 6 dos 20 trabalhos abordados, ou seja, 30%, a alocação de salas foi objetivada em 40% trabalhos (8), a designação de professores por 10% trabalhos (2) e a designação de alunos por 15% trabalhos (3).

## 6. Considerações Finais

Através deste trabalho, pode-se concluir que dentro da Pesquisa Operacional, mais precisamente o caso de designação, é uma ferramenta que pode ser usada para o planejamento de atividades referentes à ambientes educacionais, desde alocação de turmas, reservas de sala, definição de horários para professores, entre outros. Os casos de designação são específicos de problemas de transporte, o qual é um problema de programação linear. Por sua vez, a programação linear é tida como uma ferramenta de auxílio no planejamento de atividades para a obtenção de um resultado ótimo, respeitando as restrições em questão.

Tendo em vista que o problema de designação tem por objetivo designar cada uma das origens a um dos destinos de maneira ótima, como por exemplo, designar tarefas para determinadas pessoas. No caso do ambiente escolar, independentemente de se tratar de ensino fundamental, médio, profissional, graduação, os problemas mais apresentados estão relacionados à alocação das turmas em suas áreas de origem, alocação de salas, alocações de professores, reservas, designação de acadêmicos para determinados fins e geração da grade horária. Problemas estes que podem ser resolvidos em questão de minutos ou até segundos com a utilização da programação linear.

Dentre os trabalhos estudados, pode-se concluir que a maioria dos trabalhos utilizaram o *software* Lingo. A função-objetivo mais apresentada nos trabalhos foi a função-objetivo monocritério. Com relação ao tipo de programação, pode-se dizer que a programação linear foi abordada em dezesseis trabalhos e dentre esses dezesseis, a maioria apresentou a programação linear inteira. Por fim, a alocação de salas de aula foi o propósito mais abordados entre os trabalhos.

## Referências

- ABEPRO. *Áreas e Subáreas de Engenharia de Produção*. 2008. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/interna.asp?p=399&m=424&s=1&c=362>>. Acesso em: 07 de Outubro de 2015 às 12 hs 35.
- ALARCÃO, D. T. A. Melhorias para o problema de designação de salas de aula da PUC Góias. Dissertação (Mestrado) – Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2015.
- ALVES, T. F. P.; *et al.* Uma aplicação da Programação Linear para designação de acadêmicos em equipes de apoio a organização de eventos acadêmicos: o caso EEPA-ENPEPRO. In: ENCONTRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO AGROINDUSTRIAL, 8, Campo Mourão, 2014. *Anais...* Campo Mourão: VIII EEPA, 2014.
- ANDRADE, P, R, L; *et al.* Geração da grade horária do curso de engenharia de produção da UFPR através de programação linear binária. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 44., 2012, Rio de Janeiro, *Anais...* Rio de Janeiro: SOBRAPO, 2012.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- BAIO, F, H, R; *et al.* Modelo de programação linear para seleção de pulverizadores agrícolas de barras. *Revista Eng. Agrícola*, v.24, n.2, p.355-363, 2004.
- BECKMANN, K W.; BETTIOLLO JUNIOR, L. Análise da Qualidade Estrutural de Escolas da Rede Pública Utilizando Ferramentas de Programação Matemática. *Revista Ciências Exatas e Naturais*, v.12, nº 1, Jan/Jun 2010.
- CAMPOS, G. R. J. Sobre o problema de designação de salas de aula para a PUC Goiás: um estudo de caso para a área 3, campus I. Dissertação (mestrado) – Universidade Católica de Goiás. Goiânia, 2012.
- CIRINO, R. B. Z.; *et al.* Um modelo matemático para a resolução do problema de salas no Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 45., Natal, 2013. *Anais...* Natal: SOBRAPO, 2013.
- CONSTANTINO, A. *et al.* Algoritmos Heurísticos Construtivos para Agrupamento de Alunos em Turmas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 41., Porto Seguro, 2009. *Anais...* Porto Seguro: SOBRAPO, 2009.
- FERREIRA, P.S. *et al.* Aplicação de Programação Inteira na Distribuição de Encargos Didáticos em Instituições de Ensino. *Tendência em Matemática Aplicada e Computacional*, v.12, nº 2, pp. 135-144, 2011.
- FROSSARD. A. C. P. Programação Linear: Maximização de Lucro e Minimização de Custos. *Revista Científica da Faculdade Lourenço Filho*, v.6, nº 1, 2009.
- GOÉS, A. R. T. Otimização na distribuição da carga horária de professores – método exato, método heurístico, método misto e interface. Dissertação (Mestrado) - Departamento de matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.
- GOÉS, A, R, T; *et al.* Otimização na programação de horários de professores/turmas: Modelo matemático, Abordagem heurística e método misto. *Revista Eletrônica Sistemas & Gestão*, v 5, nº 1, pp. 55-66, 2010.
- GOÉS, A. R. T.; *et al.* Aplicação de modelo matemático, abordagem heurística e método misto na otimização da programação de horário dos professores/turmas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 42., 2010, Bento Gonçalves. *Anais...* Bento Gonçalves: SOBRAPO, 2010.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. Rio de Janeiro: Campus, 2000.
- IGNÁCIO, B. A. F. *Desenvolvimento de um modelo de programação linear para apoio à tomada de decisão em uma cadeia de suprimentos*. Dissertação (Mestrado). Departamento de Engenharia Mecânica, Centro Universitário da FEI, São Bernardo do Campo, 2009.
- KOTSKO, E. G. S.; *et al.* Otimização na construção da grade horária escolar: uma aplicação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 35., 2003. *Anais...* Natal: SOBRAPO 2003.

KRIPKA, R; KRIPKA, M; SILVA, M. Formulação para o Problema de Alocação de Salas de Aula com Minimização de Deslocamentos. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 43., 2011, Ubatuba. *Anais..* Ubatuba: SOBRAPO, 2011.

LARA, B. Alocação de professores em instituições de ensino superior: um modelo matemático para o problema de único campus e para o multicampi. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 39., 2007, Fortaleza. *Anais...* Fortaleza: SOBRAPO, 2007.

MARCONDES FILHO, W. *Desenvolvimento e Aplicação de Algoritmos Heurísticos ao Problema de Alocação de Espaço Físico em Universidade*. 2008. 65f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós Graduação em Ciência de Computação, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2008.

MEDRI, W; YOTSUMOTO, A. S. *Pesquisa operacional na tomada de decisão: Apostila*. Curso de Especialização “Lato Sensu” em Engenharia de Produção com enfoque em Pesquisa Operacional, Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR, 2009.

MORAIS, R. R; SILVA, D. R. Modelagem para alocação de salas de aula em uma instituição de ensino superior. In: CONGRESSO ONLINE DE ADMINISTRAÇÃO, 11., 2014. *Anais...* UFRGS, 2014.

PAULA, W. L. *Margem de contribuição e programação linear na atividade agrícola: O caso de uma empresa produtora de sojas especiais*. 2008. 130 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós Graduação em Administração, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2008.

RODRIGUES, L. B. *et al. O método húngaro de otimização para o problema da alocação de tarefas*. Universidade Federal de Uberlândia, FAMAT em revista, número 4, abril de 2005.

SALES, E. *et al. Solução do Problema de Alocação de Salas Utilizando um Modelo Matemático Multi-Índice*. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 47., 2015, Fortaleza. *Anais...* Porto de Galinhas: SOBRAPO, 2015

SANTOS, A. M.; SCHEER, S. O problema da alocação de professores na Universidade do Contestado – UnC – Campus Canoinhas: um estudo de caso sob a perspectiva da designação e sua solução por meio da programação inteira com variáveis binárias. *Univ em Revista*. v.10. p. 63-86, 2007.

SCHOEFFEL, P. Protótipo de um sistema de controle de reservas de sala de aula da Universidade Regional de Blumenau. Trabalho de Conclusão de Curso (monografia) – Departamento de ciências da computação, Universidade Regional de Blumenau, 2001.

SILVA, A. F; *et al. Desenvolvimento e otimização de modelos matemáticos por meio da linguagem gams: Apostila*. Disciplina de Pesquisa Operacional, Universidade Estadual Paulista (UNESP), São Paulo, 2012.

SIQUEIRA, P. H. *Uma nova abordagem na resolução do problema do Caixeiro Viajante*. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2005.

SUCENA, M. P. *Pesquisa Operacional II: Apostila*. Disciplina de Pesquisa Operacional II, Curso de Engenharia de Produção, Universidade Estácio de Sá (UNESA), Rio de Janeiro, 2012.