



## A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES NA MODALIDADE NORMAL EM NÍVEL MÉDIO: UMA EXPERIÊNCIA

BRAZ, Bárbara Cândido. USF/Matemática, Fecilcam, [babicbraz@hotmail.com](mailto:babicbraz@hotmail.com)  
CEOLIM, Amauri Jersi. Fecilcam, [ajceolim@gmail.com](mailto:ajceolim@gmail.com)

### INTRODUÇÃO

Desde o ano de 1981, o Colégio Estadual José Sarmiento Filho- Ensino Fundamental e Normal, oferece o Curso de Formação de Docentes em nível médio na modalidade normal, no município de Iretama- PR. Ao fim do ano de dois mil e nove o novo Curso de Formação de Docentes da Educação Infantil e Séries iniciais do Ensino Fundamental foi implantado no colégio, sendo ofertado desde então em duas modalidades: Curso integrado, com duração de quatro anos para alunos concluintes do Ensino Fundamental e Curso Aproveitamento de estudos, com duração de três anos para alunos concluintes do Ensino Médio<sup>1</sup>, sendo que em ambas as modalidades, as aulas da disciplina de Estágio Supervisionado são ministradas uma vez por semana em período contra-turno. Tal curso é responsável pela formação inicial da maior parte dos docentes que atuam na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental no município de Iretama. Ao longo do curso, os alunos matriculados na modalidade “Curso integrado” cursam as disciplinas da base nacional comum, além, das disciplinas específicas do Curso, enquanto os alunos da modalidade de “ Aproveitamento de estudos” cursam apenas as disciplinas específicas do curso.

Dentre as disciplinas específicas do Curso de Formação de Docentes está a disciplina de Metodologia do ensino da Matemática, ofertada aos alunos do terceiro ano, com uma carga horária de 200 horas aula. Dentre os tópicos de estudo previstos para esta disciplina estão algumas metodologias de ensino da matemática: Resolução de Problemas, Etnomatemática, História da Matemática e Modelagem Matemática.

Conforme o Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola, a disciplina de Metodologia de Ensino da Matemática “deve trabalhar, os conteúdos, as formas, os métodos e as técnicas de modo a superar a polaridade entre a teoria e a prática, o sujeito e o objeto, concreto e abstrato promovendo unidade dialética através da tonalidade entre ambas”<sup>2</sup>. Por

<sup>1</sup> Fonte: Colégio Estadual José Sarmiento Filho.

<sup>2</sup> Disponível no PPP da escola em:

<http://www.ietjosesarmiento.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/5/1090/388/arquivos/File/PROJETO%20POLITICO%20PEDAGOGICO.pdf>



outro lado, embora esteja presente no PPP da escola, a Modelagem Matemática não é abordada pelos professores desta disciplina como metodologia de ensino da matemática. Levando-se em conta estes fatos, e sabendo que estes professores em formação ensinarão matemática na área permitida pelo curso, a presente pesquisa<sup>3</sup> teve por objetivo desenvolver atividades de Modelagem Matemática com alunos do terceiro ano do Curso de Formação de Docentes na modalidade integrado com intuito de apresentá-la como uma alternativa pedagógica para o ensino da disciplina e ao mesmo tempo estudar conteúdos matemáticos tanto do Ensino Fundamental, quanto do Ensino Médio. Para que a Modelagem atinja as salas de aula, os professores devem estar preparados para utilizá-la, daí a importância da sua introdução na formação inicial destes professores.

## MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

Embora tantas sejam as teorias críticas no âmbito da Educação, a Matemática escolar ainda tem sido alvo de críticas quanto a sua relação com o cotidiano dos alunos. Por motivos como este se faz necessário hoje nas escolas a busca pela superação de um modelo conteudista da Matemática, que a torna tão formal, por vezes sem relação até mesmo com outros conceitos matemáticos. Na Educação Matemática a Modelagem é um tema central na compreensão de problemas relacionados à Matemática e o mundo real (BLUM *et. al.*, 2002) e caracteriza-se como “um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações provenientes de outras áreas do conhecimento” (BARBOSA, 2001). Barbosa (2004) aponta alguns dos argumentos favoráveis para o uso da Modelagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática: Facilitação da aprendizagem, motivação, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração, preparação para usar a Matemática em diferentes áreas e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática. Conforme Blum *apud* Barbosa (2004), todos estes motivos são importantes e representam as facetas da Modelagem<sup>4</sup> na escola, por outro lado coloca em destaque o último argumento, ressaltando que “ele está diretamente conectado com o interesse de formar sujeitos para atuarem efetivamente na sociedade e, em particular, capazes de analisar a forma como a matemática é usada nos debates sociais.”

---

<sup>3</sup> O projeto de pesquisa esteve vinculado ao Programa de Extensão Universitária do estado do Paraná, Universidade Sem Fronteiras (USF). O programa é desenvolvido por equipes multidisciplinares formadas por estudantes, professores e profissionais recém formados de todas as Universidades e Faculdades públicas do Estado nos municípios cujo IDH é considerado insatisfatório.

<sup>4</sup> Usaremos o termo Modelagem como abreviação para Modelagem matemática, a fim de evitar repetições.



Biembengut e Heim (2007) afirmam que a matemática constitui a base de quase todas as áreas do conhecimento e favorece o desenvolvimento dos níveis cognitivo e criativo do ser humano. Sendo assim, torna-se indispensável a busca de educadores por maneiras de proporcionar espaços de modo que contribua para que o aluno desenvolva o hábito de leitura, interpretação e domínio da matemática. Conforme as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná para o Ensino da Matemática, a educação nesta área deve estar direcionada para a superação do saber fazer, ao mesmo tempo em que deve desenvolver formas que exijam a incorporação de um pensamento que envolva o domínio de análise e sínteses, estabelecendo relações internas entre o conteúdo matemático e as demais ciências, aliado às diversas formas de desenvolvimento humano.

A Modelagem quando utilizada como alternativa pedagógica no ensino proporciona aos alunos usarem algoritmos, idéias e conceitos matemáticos na resolução de problemas advindos de outras áreas do conhecimento (Blum e Niss, 1991). Neste ambiente, Barbosa (2004, p.3) ressalta que os alunos “terão que formular questões, buscar dados, organizá-los, abordá-los matematicamente, avaliar dados, traçar novas estratégias, etc.”

Nesta perspectiva, no âmbito da Educação Matemática, a Modelagem é uma alternativa pedagógica que atende às necessidades relacionadas ao ensino da matemática, pois ao tentar mudar esta postura tradicional em relação à matemática, proporciona um ambiente dialógico de construção do conhecimento, e ao propiciar um leque de possíveis resoluções para problemas propostos com referência em outra área de conhecimento, rompe a visão de um conhecimento definitivo que está sendo apenas transmitido.

Em se tratando de Modelagem em sala de aula, as experiências variam em relação ao tempo e papéis desempenhados por professor e alunos ao longo da realização das atividades. Barbosa (2004) as chama de regiões de possibilidades, as quais se refere como casos e os enumera de 1 a 3. No caso 1, o professor apresenta os dados qualitativos e quantitativos, a atividade não é muito extensa e os alunos não precisam sair da sala para coletar dados. No caso 2, o professor apresenta apenas o problema inicial, entretanto cabe aos alunos a tarefa de sair da sala de aula para coletar dados e solucionar o problema. Assim, os alunos têm maior responsabilidade na condução da tarefa. No caso 3 trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas não matemáticos e a escolha do tema, a coleta de dados e solução do problema são tarefas do aluno.



## MATEMÁTICA E QUESTÕES AMBIENTAIS: RELATO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM ALUNOS DO CURSO DE FORMAÇÃO DE DOCENTES

As atividades descritas a seguir foram desenvolvidas com um grupo de 10 alunos, 5 duplas, do terceiro ano do curso de formação de docentes, na modalidade integrado, durante 10 encontros, realizado em 4 semanas em contra turno. Os temas escolhidos para a realização das atividades foram de cunho ambiental: desperdício de água e produção de lixo no Brasil.

Antes de tudo, fizemos um levantamento de dados sócio-culturais com os 20 alunos do terceiro ano deste curso com a finalidade de verificar quais suas expectativas em relação ao Curso de Formação de Docentes. Este levantamento foi realizado por meio da aplicação de questões abertas (discursivas) e fechadas (com múltipla escolha). Em relação à Matemática, a situação foi preocupante, pois, apesar de reconhecerem a sua importância, apenas 11% afirmam gostar da disciplina e ter facilidade para realizar um trabalho fazendo uso de materiais concretos ou de uma metodologia no âmbito da Educação Matemática nas Séries Iniciais. Além disso, nenhum dos alunos entrevistados tinha conhecimento do que fosse Educação Matemática e/ou Modelagem Matemática.

No primeiro encontro, conversamos sobre os problemas ambientais ocasionados e enfrentados pela humanidade e discutimos um texto<sup>5</sup> sobre o desperdício de água. A aluna 1<sup>6</sup>, em meio à discussão, interferiu: “- Estamos falando sobre desperdício de água como algo tão distante de nós, quando aqui no Colégio mesmo tinha uma torneira vazando água!”. Diante da declaração da aluna questionamos:

Quanto de água é desperdiçado em um dia por uma torneira com vazamento?

Todos discutiram e chegaram à conclusão de que seria possível responder a pergunta com base no vazamento de uma torneira. Como o vazamento da torneira do Colégio já havia sido concertado, no próximo encontro, todas as duplas<sup>7</sup> iniciaram a resolução do problema simulando um vazamento de água. Cada uma das duplas utilizou um critério para calcular a quantidade de água desperdiçada diariamente. Depois de realizarem os cálculos, pedimos que apresentassem os resultados obtidos. Observamos que, apesar da quantidade de água vazada pelas torneiras serem diferentes, todas as duplas usaram a mesma estratégia. Calcularam a quantidade de água desperdiçada num minuto, depois em uma hora e por último em 24 horas. Percebemos que, neste processo, os alunos fizeram

<sup>5</sup> Disponível em: <http://opiniaoenoticia.com.br/vida/meio-ambiente/escassez-de-agua-ameaca-o-planeta>. Acesso em setembro/2009.

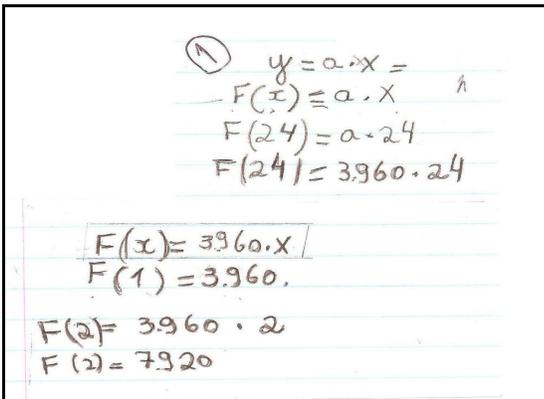
<sup>6</sup> Enumeramos os alunos envolvidos neste relato a fim de identificá-los, por ordem de manifestação oral ao longo das atividades.

<sup>7</sup> As duplas foram enumeradas de 1 a 5.

uso apenas das operações elementares para solucionar o problema. Diante da situação, perguntamos se seria possível encontrar uma função que expressasse a quantidade de água desperdiçada pela torneira em relação ao tempo gasto. A aluna 2 respondeu: “-Acho que sim, mas não tenho idéia de como...”. Como todos os demais alunos disseram o mesmo que a aluna 2, deixamos que discutissem como poderiam resolver o problema até o próximo encontro.

Na aula seguinte, discutimos o conceito de função matemática. Todos expuseram suas opiniões e discutiram o assunto até que todas as duplas apresentaram uma resolução, sendo que as duplas 2, 3, 4 e 5 usaram a mesma estratégia: organizaram os dados obtidos numa tabela e, por meio da observação encontraram uma função que expressava a quantidade de água desperdiçada em função do tempo.

Modelo da dupla 1:



$y = a \cdot x =$   
 $F(x) = a \cdot x$   
 $F(24) = a \cdot 24$   
 $F(24) = 3960 \cdot 24$

---

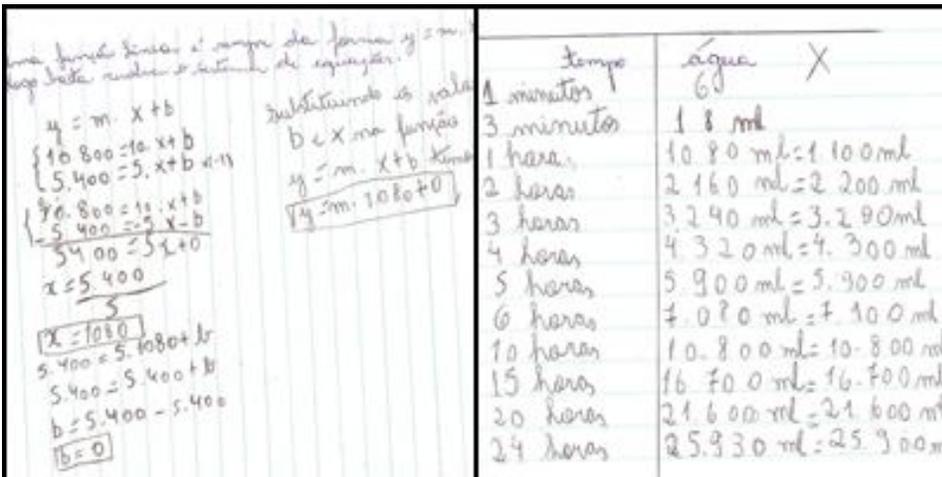
$F(x) = 3960 \cdot x$   
 $F(1) = 3960$

---

$F(2) = 3960 \cdot 2$   
 $F(2) = 7920$

Quadro 1: Modelo apresentado pela dupla 1.

A dupla 3, apresentou um modelo com maior riqueza de detalhes e informações:



uma função linear a tempo da torneira  $y = m \cdot x + b$   
logo basta resolver o sistema de equações.

Substituindo os valores de  $x$  na função  $y = m \cdot x + b$  temos

$$\begin{cases} 16800 = 10x + b \\ 5400 = 5x + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16800 = 10x + b \\ -5400 = -5x + b \end{cases}$$

$$5400 = 5x + 0$$

$$x = 5400$$

$$x = 1080$$

$$5400 = 5 \cdot 1080 + b$$

$$5400 = 5400 + b$$

$$b = 5400 - 5400$$

$$b = 0$$

tempo	água	X
1 minutos	60	
3 minutos	18 ml	
1 hora	1080 ml = 1.100 ml	
2 horas	2160 ml = 2.200 ml	
3 horas	3240 ml = 3.200 ml	
4 horas	4320 ml = 4.300 ml	
5 horas	5400 ml = 5.300 ml	
6 horas	6480 ml = 6.400 ml	
10 horas	10800 ml = 10.800 ml	
15 horas	16200 ml = 16.700 ml	
20 horas	21600 ml = 21.600 ml	
24 horas	25920 ml = 25.900 ml	

Quadro 2: Modelo apresentado pela dupla 3.



Durante a apresentação, as duplas mostraram-se muito satisfeitas com os resultados obtidos, pois, como relatou a aluna 10: “-*Não achava que ia conseguir chegar a um resultado. Achei difícil, mas depois vi que é só pensar!*”. Após a apresentação dos resultados, solicitamos que testassem as funções encontradas fazendo uso de valores encontrados na prática. Como a solução final para o problema (o desperdício de água de uma torneira) foi matemática, os alunos envolvidos relataram reconhecer a importância desta disciplina no cotidiano como meio de resolução de problemas práticos. Além disso, pedimos que representassem graficamente o vazamento de água. Para a construção do gráfico, todas as duplas arredondaram alguns valores obtidos e usaram escalas, destacando-se ainda que duas delas transformaram as medidas obtidas em litros para metros cúbicos, buscando uma padronização das medidas. Ao serem questionados sobre o que puderam observar pelo gráfico, obtivemos respostas como “*a quantidade de água aumenta quando o tempo aumenta e diminui quando o tempo diminui, então são proporcionais*”, “*o gráfico é de uma reta, e pelo que pesquisamos então é linear e crescente*”. Pudemos observar que, como o ambiente estava aberto à investigação e questionamento, os alunos pesquisaram e lembraram conceitos matemáticos que haviam esquecido. Propusemos que levassem na próxima semana as contas de água de suas residências para que pudéssemos fazer uma análise do desperdício de água em relação ao preço pago por ela. Perguntamos à turma se o preço pago pela água em suas residências sofreria alguma alteração se tivesse um vazamento de água correspondente ao simulado por eles durante 3 dias.

A aluna 2 respondeu rapidamente: “- *Não, pois se eu gastar até  $11 \text{ m}^3$  de água por mês vou pagar sempre R\$16,35. Como gasto só  $4 \text{ m}^3$  de água por mês, mesmo com o vazamento de 36 litros de água, vou continuar pagando o mesmo preço!*”. Os demais alunos fizeram os cálculos e chegaram à conclusão que nenhum deles teria o preço mensal pago pela água consumida alterado, apesar do desperdício de água potável. Neste momento, a turma levantou questões como: *o preço pago pela água é justo? Como deveria ser cobrada a água consumida? O critério estabelecido para o preço da água interfere na quantidade de água consumida por uma família?* Todas estas questões foram respondidas e discutidas por meio da matemática, sendo que a turma se mostrou muito satisfeita com as respostas obtidas por meio dos cálculos realizados. Neste encontro, ainda entramos na discussão acerca de outro problema ambiental: a produção de lixo no Brasil. Diante do assunto



levantado, prolongamos nossos encontros, que seriam inicialmente 5, a fim de responder a questão<sup>8</sup>:

Quanto de lixo é destinado aos aterros sanitários no Brasil?

Foram realizados dez encontros, no primeiro encontro, em que levantamos a questão acima, discutimos um texto<sup>9</sup> acerca da quantidade de lixo produzida e reciclada no Brasil.

A quantidade de lixo produzida semanalmente por um ser humano é de aproximadamente 5 kg. Só o Brasil produz 240000 toneladas de lixo por dia.

A fermentação gera dois produtos: o chorume e o gás metano. Cerca de 2% do lixo de todo o Brasil é reciclado. Isso acontece porque reciclar é 15 vezes mais caro que simplesmente jogar o lixo no aterro.

Por meio da discussão, os alunos chegaram à conclusão que deveriam considerar o fato de que nem todo lixo produzido no Brasil é destinado aos aterros sanitários, pois vários são os destinos dados ao lixo produzido por nós. O fator levado em consideração pelos alunos foi a quantidade de lixo reciclado. Como o texto contém dados como a quantidade de lixo produzida por um ser humano semanalmente e o percentual de lixo reciclado anualmente no país, as duplas investigaram a situação apenas com base nas hipóteses levantadas por meio dos dados fornecidos pelo texto.

Nos próximos 3 encontros os alunos discutiram os dados e apresentaram suas soluções as demais duplas. Todas as duplas calcularam a quantidade de lixo destinada aos aterros no Brasil diariamente em função da quantidade de lixo reciclada no país.

As duplas consideraram que o país recicla 2% do lixo produzido todos os dias e concluíram que o Brasil destina 235 200 toneladas de lixo aos aterros sanitários todos os dias. No momento em que apresentavam as soluções os alunos questionaram se a porcentagem de lixo reciclada é sempre a mesma no país. Nesta ocasião levantamos a seguinte hipótese: Se a quantidade de lixo produzida no Brasil permanecesse a mesma nos próximos anos, e a porcentagem de lixo reciclado aumentasse anualmente numa progressão aritmética de razão 2, quanto de lixo seria destinada aos aterros?

A partir deste momento cada dupla usou uma estratégia diferente para responder a pergunta. Por outro lado todas chegaram a mesma resposta, uma função que representa a quantidade de lixo destinada aos aterros em função da quantidade de lixo reciclado.

<sup>8</sup> Esta atividade proposta e aqui relatada, foi proposta também a uma turma do segundo ano do Ensino Médio pelos mesmos autores.

<sup>9</sup> Texto disponível em: [www.ajudabrasil.org](http://www.ajudabrasil.org).



As duplas 1 e 2, representaram inicialmente a situação graficamente e, analisando-o representaram-na por meio da função:  $F(m) = m \cdot (-2400) + 240\,000$ . Em que  $m$  representa o percentual de lixo reciclado.

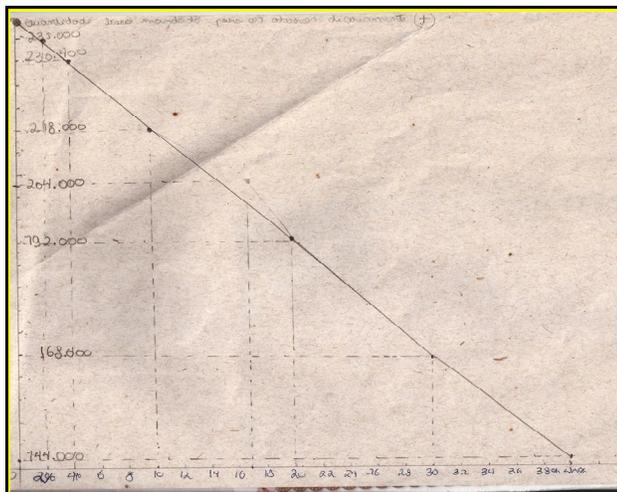


Gráfico 1: função representada pela dupla 2.

As duplas 3, 4 e 5 não apresentaram o gráfico da relação entre lixo produzido e reciclado, entretanto relataram perceber que quanto maior a porcentagem de lixo reciclado, menor a quantidade de lixo destinado aos aterros sanitários, ou seja, perceberam que se tratava de uma função linear e encontraram-na por meio da solução de sistema de equações.

Vamos então encontrar a função que representa a quantidade de lixo destinada aos aterros em relação ao tempo.

$$y = m \cdot x + b$$

$$\begin{cases} 235.200 = 2 \cdot x + b \\ 238.1200 = 2x + b \\ -230.400 = 4x - b \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 235.200 = 2x + b \\ -230.400 = 4x - b \\ \hline 004.800 = 2x + 0 \\ x = 4.800 \end{array}$$

Substituindo o valor de  $x$  na 2 equação  $230.400$

$$\begin{array}{r} 235.200 = 2 \cdot x + b \\ 235.200 = 2 \cdot (2.400) + b \\ -235.200 = -4.800 + b \\ b = 240.000 \end{array}$$

Logo tanto a função é  $y = m \cdot (-2.400) + 240.000$

Figura 4: Modelo apresentado pela dupla 5.

No último encontro, perguntamos aos alunos o que acharam da maneira como estudamos a Matemática e se achavam possível ensiná-la seguindo esta ideia nos anos iniciais da Educação Básica. Eles foram unânimes ao afirmar que se sentiram estimulados e estudar Matemática a partir de um assunto que era de interesse coletivo. A aluna 5 disse: “-



*Com certeza se a gente estudasse Matemática assim, gostaria mais das aulas. E sobre essa atividade, se a gente souber adaptar, podemos usar até nas nossas aulas na Educação Básica. A aluna 6 complementou: “- Discutimos muitas coisas que a gente não pensava ter relação com a Matemática e tem. Tenho certeza que se fizermos um trabalho assim nos primeiros anos, todos aprenderiam a pensar de verdade.”*

É importante ressaltar que, durante os encontros, explicamos aos alunos que a atividade em questão era de Modelagem Matemática. Entretanto não nos preocupamos em apresentá-la diretamente como metodologia de ensino. Este foi nosso objetivo ao trabalhar com os professores do Curso de Formação de Docentes, pois desta forma eles serão os responsáveis por fazer com que a Modelagem alcance, possivelmente, os alunos do Curso. Paralelamente aos encontros desenvolvidos com o grupo de alunos do terceiro ano, realizamos 4 encontros com os professores do Curso de Formação de Docentes. Cada um dos encontros teve um tema. No primeiro encontro o assunto estudado foi Gestão Democrática, pois acreditamos que, para que nossos objetivos sejam atingidos, é essencial o trabalho em conjunto dos professores e equipe pedagógica do colégio. Nos outros 3 encontros estudamos temas relacionados à Educação Matemática e a Modelagem como metodologia de ensino da Matemática.

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

Ao apresentar a Modelagem como alternativa pedagógica, abordando uma situação-problema por meio da Matemática, nosso objetivo foi mostrar aos alunos, futuros professores dos anos iniciais da Educação Básica, a importância da matemática, sua relação com temas advindos de outras áreas do conhecimento e lembrar conteúdos já estudados por eles, pois se irão ensiná-la devem estar preparados para isto. Ao longo do trabalho desenvolvido abordamos a Modelagem de duas formas diferentes: em relação ao problema do desperdício de água, conforme o caso 1 e em relação à produção de lixo no Brasil, conforme o caso 2, apresentados por Barbosa. Em ambos os casos os alunos foram levados a elaborar estratégias de resolução e executá-las. Apesar do ponto de partida do trabalho não envolver uma situação matemática, o ponto de chegada foi uma solução matemática que se adequou ao problema inicial, deixando os alunos estimulados pelo estudo da Matemática e também por realizar este tipo de trabalho nas suas salas de aula enquanto educadores.



## REFERÊNCIAS

BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática: **O que é? Por que? Como?**. Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIM, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BLUM, W.;NISS, M. **Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects** – state, trends and issues in mathematics instruction. Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 22, n.1, p. 17- 23, nov. 1997.

BLUM, et. Al., ICMI Study 14: **applications and modeling in mathematics education-discussion document**. **Educational Studies in Mathematics**, v. 51, n. 1-2, p.149- 171 (23), 2002. Disponível em: < <http://www.ingentaconnect.com/content/klu/educ/200-2/00000051/f0020001>>. Acesso em: 23 nov. 2005.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Educação Básica do Paraná**, 2009. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/-diadia/arquivos/File/diretrizes\\_2009/out\\_2009/matematica.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/-diadia/arquivos/File/diretrizes_2009/out_2009/matematica.pdf). Acesso em: 5 abr. 2010.