

ELABORAÇÃO DE UMA HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE QUADRO DE HORÁRIOS DOS PROFESSORES DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ – CAMPUS CAMPO MOURÃO

Marcos Oliveira dos Santos (IC, FUNDAÇÃO ARAUCÁRIA), (UNESPAR/FECILCAM),
msantos.math@gmail.com

Juliano Fabiano da Mota (OR), (UNESPAR/FECILCAM), julianomota@gmail.com

Adriano Vitor (CO-OR), (IFSC), profadrianovitor@gmail.com

RESUMO: O Problema do Quadro de Horários (PQH), ou Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE), situa-se em uma classe de problemas de difícil solução via modelagem exata quando o problema trata de instâncias que consideram preferências por dia de trabalho para professores, aulas geminadas e outras particularidades em um caso real de um colégio ou instituição de ensino superior. Neste trabalho apresenta-se um procedimento heurístico, inspirado nas características observadas em uma das representações do problema, que envolve a construção de uma matriz na qual uma solução apresenta em cada coluna a ocorrência de uma, e apenas uma vez, cada turma. Posteriormente à elaboração da heurística proposta, foi resolvido o problema real do quadro de horários do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus de Campo Mourão, obtendo um ganho considerável no tempo de execução da tarefa.

PALAVRAS-CHAVE: *Problema do Quadro de Horários; Otimização; Métodos Heurísticos.*

INTRODUÇÃO

O Problema do Quadro de Horários (PQH), ou Problema de Programação de Horários em Escolas (PPHE), que consiste na elaboração do quadro de horários de aulas, situa-se numa classe de problemas de difícil solução computacional, devido à sua natureza combinatória Even *et al* (1976). Apesar da resolução manual deste problema ser uma tarefa árdua, requerendo na maioria das vezes vários dias de trabalho, é comum esta prática na maioria das escolas e universidades.

Em resoluções computacionais, é comum a implementação de procedimentos conhecidos como heurísticas e meta-heurísticas. De acordo com Costa (2003) diversas são as heurísticas e meta-heurísticas já propostas na literatura que apresentaram resultados bem sucedidos.

Neste trabalho, propõe-se uma abordagem do problema real do quadro de horários do Departamento de Matemática da UNESPAR – Campus de Campo Mourão por meio de um procedimento heurístico, inspirado em uma das formas alternativas de representação do problema que associa-o à uma matriz cujas dimensões dependem do número de professores e horários envolvidos enquanto que suas entradas representam as turmas atendidas.

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Assim como toda instituição de ensino superior, na UNESPAR – Campus de Campo Mourão há a necessidade de elaboração do quadro de horários dos professores, atividade esta que é realizada de forma manual, de acordo com a experiência da equipe administrativa. A resolução deste problema de forma empírica pode gerar gastos desnecessários com tempo e pessoal, além de conduzir à soluções que podem não satisfazer todas as restrições de viabilidade, gerando descontentamento por parte dos docentes.

A sistematização e aplicação de técnicas matemáticas para resolução do problema do quadro de horários da UNESPAR - Campus de Campo Mourão constitui então uma solução para as diversas questões levantadas anteriormente e pode proporcionar maior contentamento entre os docentes por considerar as preferências dos mesmos, ou seja, minimizar quantidade de restrições de viabilidade não atendidas.

Também é uma prática válida fornecer diversas soluções para o problema para que a equipe administrativa possa aplicar a que for mais conveniente e adaptada à situação real, além de reduzir o tempo de elaboração do quadro de horários que, atualmente, por depender de uma solução manual, nem sempre é proposto e obtido de forma rápida, demandando dias ou até semanas de empenho dos profissionais envolvidos.

REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção iremos abordar uma revisão literária sobre o problema e as heurísticas utilizadas, com o objetivo de fundamentar os experimentos realizados.

Formulação Exata Para O Problema

Uma formulação matemática para este problema foi apresentada por Werra (1967) *apud* Lobo (2005) em que dado um conjunto com T turmas, um conjunto com P professores, outro com H períodos e ainda, uma matriz de inteiros não negativos $R_{T \times P}$, em que r_{ij} é a carga horária que o professor j deve cumprir na turma i , de forma que:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^P \sum_{k=1}^H d_{ijk} \cdot x_{ijk} \quad (01)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{k=1}^H x_{ijk} = r_{ij} \quad (i = 1, \dots, T); (j = 1, \dots, P) \quad (02)$$

$$\sum_{j=1}^P x_{ijk} \leq t_{jk} \quad (i = 1, \dots, T); (k = 1, \dots, H) \quad (03)$$

$$\sum_{i=1}^T x_{ijk} \leq p_{jk} \quad (j = 1, \dots, P); (k = 1, \dots, H) \quad (04)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad (05)$$

Sendo que no modelo proposto tem-se:

- d_{ijk} é um valor associado ao fato de o professor j estar lecionando na turma i no horário k , sendo que este valor será tanto maior, quanto menor for o desejo que isto ocorra;
- O conjunto de restrições (02) garante que cada professor j leciona a carga horária correta para a turma i ;
- O conjunto de restrições em (03) garantem que cada turma está envolvida em no máximo uma aula por horário, mas condicionado à disponibilidade da turma naquele período, em que $t_{ik} = 1$ se a turma i está disponível no horário k , $t_{ik} = 0$ caso contrário;
- O conjunto (04) de restrições garante que cada professor está envolvido em no máximo uma aula por horário, também condicionado à disponibilidade do professor, ou seja, $p_{jk} = 1$ se o professor j está disponível no horário k , $p_{jk} = 0$ caso contrário;
- Certificam que não ocorrem sobreposições de turmas nem professores;
- x_{ijk} é a variável de decisão que indica se o professor j terá aula na turma i no horário k .

Representação Alternativa

A representação utilizada nesta pesquisa é proposta por Souza *et al* (2002), em que

um cromossomo representa um quadro de horário semanal, isto é, um cromossomo é uma matriz $S = (s_{ij})m \times n$ de valores inteiros s_{ij} , sendo m o número de professores e p o número de horários. Uma célula s_{ij} representa a situação de um professor i em um horário j . Estas situações são representadas da seguinte forma: (a) Se o professor está disponível, s_{ij} recebe um valor infinito; (b) Se o professor está indisponível, s_{ij} recebe um valor negativo; (c) Se o professor está lecionando, s_{ij} recebe o número correspondente ao da turma para a qual está lecionando.

Assim, temos uma matriz de horários com cada linha contendo a turma que o professor desta linha está atendendo e cada coluna contendo todas as turmas. A Tabela 3 representa um exemplo de matriz construída conforme o modelo definido anteriormente.

Heurísticas

Como a resolução do PQH via formulação exata geralmente recai em um problema NP-Difícil, ou seja, de elevada complexidade, foi realizada uma abordagem por métodos heurísticos, apresentados a seguir.

Heurística Para Construção da População Inicial

Para a construção da população inicial, foi criada uma rotina, cujo pseudocódigo é apresentado na Figura 1.

Entradas: Quantidade de Professores, Quantidade de Turmas, Quantidade de Horários Disponíveis, Carga Horária de cada Professor em cada Turma, Tamanho da População Inicial.

- Enquanto (o Tamanho da População for menor que o Tamanho da População Inicial)
 - Enquanto (a Solução Atual não for viável)
 - Enquanto (houver Professores não alocados)
 - Sortear um professor e alocar suas aulas aleatoriamente, respeitando as restrições.
 - Fim Enquanto
 - Fim Enquanto
- Fim Enquanto

Saída: *População* Inicial com uma quantidade predefinida de indivíduos.

Figura 1 – Pseudocódigo da rotina de construção da população inicial

Heurística Para Melhoria da Solução

Para melhoria da solução inicial foi implementada uma rotina baseada nos Algoritmos Genéticos (AGs), uma técnica heurística que faz uma “analogia ao comportamento evolutivo das espécies” (VITOR, 2011, p. 5).

Lobo (2005) define um algoritmo genético como um procedimento que mantém uma população de estruturas (chamadas indivíduos), representando possíveis soluções de um determinado problema. Estas estruturas são, então, avaliadas, para gerar oportunidades reprodutivas, de forma que cromossomos que representam uma solução “melhor” tenham maiores chances de se reproduzirem do que os que representam uma solução “pior”. A definição do que seja uma solução “melhor” ou uma solução “pior” é tipicamente relacionada à população atual.

Os AGs, por meio de operações genéticas como cruzamento e mutação, “transformam uma população de indivíduos, cada um com um valor associado de adaptabilidade, chamado de aptidão, numa nova geração de indivíduos, usando os princípios de reprodução e sobrevivência dos mais aptos” (LOBO, 2005, p.9).

Operadores Genéticos

Foram feitas as implementações dos seguintes operadores:

- **Crossover Simple** – “O *crossover* Simple consiste em escolher aleatoriamente dois quadros de horários (pais) dentro da população para gerar dois novos quadros (filhos)” (SOUZA *et al.*, 2002, p. 3). Neste tipo de crossover é sorteado um ponto de corte, comum aos dois pais, e então as aulas são divididas entre dois filhos. O filho 1 recebe as aulas acima do ponto de corte do pai 1 e abaixo do ponto de corte do pai 2. Para o filho 2, inverte-se a operação.
- **Mutação dia** - A mutação dia consiste na troca de uma ou mais aulas dentro do cromossomo. No nosso caso, a mutação realiza a troca de colunas, ou seja, altera os dias de aula dos professores.

Função de Avaliação

Para os testes realizados no caso real do Departamento de Matemática da UNESPAR – Campus de Campo Mourão construiu-se uma função de avaliação da seguinte forma:

$$fitness(Q) = \sum_{j=1}^J \frac{\sum_{k=1}^K a_{jk}}{p_j \cdot t_j} \quad (04)$$

Sendo Q um quadro de horários qualquer, J a quantidade de professores, K a quantidade de horários, a_{jk} os horários listados pelo professor como indesejáveis para lecionar e que foram atribuídas aulas a eles, p_j o valor da pontuação da titulação do professor e t_j o valor referente ao tempo de serviço do professor.

Trabalhos Correlatos

Souza *et al* (2002) utilizaram uma técnica híbrida, baseada em Algoritmos Genéticos, Busca Tabu e GRASP, para a resolução do PPHE, porém o algoritmo sem o refinamento por Busca Tabu teve grande dificuldade em encontrar soluções viáveis.

Lobo (2005) desenvolveu um trabalho no campus Gigante, da Universidade Presidente Antônio Carlos – UNIPAC, situado em Conselheiro Lafaiete-MG, fazendo uso de Algoritmos Genéticos. O algoritmo, segundo o autor, “mostrou eficiência com relação a tempo e qualidade de confecção em todos os casos de teste”.

Os Algoritmos Genéticos também se mostraram eficientes no trabalho de Abramson e Abela, observando apenas que a velocidade de execução do algoritmo era lenta, problema que foi corrigido usando processamento paralelo.

EXPERIMENTOS E ANÁLISES DOS RESULTADOS

Para testar a eficácia da metodologia proposta, foi utilizado um banco de dados relativo ao ano letivo de 2011 do curso de matemática da UNESPAR – Campus de Campo Mourão.

Tabela 1 - Grade curricular do curso de matemática

	Turma 01	Turma 02	Turma 03	Turma 04
Professor 01	3	0	1	0
Professor 02	1	0	0	0
Professor 03	1	0	0	2
Professor 04	3	0	0	0
Professor 05	2	1	0	0
Professor 06	0	3	0	2
Professor 07	0	3	0	1
Professor 08	0	1	0	0
Professor 09	0	1	0	0
Professor 10	0	1	0	0
Professor 11	0	0	3	0
Professor 12	0	0	4	0
Professor 13	0	0	2	0
Professor 14	0	0	0	2
Professor 15	0	0	0	3

Fonte: UNESPAR – Campus de Campo Mourão (2011)

Tabela 2 - Preferências dos professores por dia de trabalho

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Professor 01	1	1	1	1	1	1	100	100	100	100
Professor 02	1	1	1	1	1	1	100	100	1	1
Professor 03	1	1	100	100	100	100	1	1	1	1
Professor 04	1	1	100	100	100	100	100	100	100	100
Professor 05	1	1	100	100	1	1	1	1	1	1
Professor 06	100	100	1	1	100	100	1	1	1	1
Professor 07	1	1	1	1	1	1	100	100	100	100
Professor 08	100	100	100	100	1	1	1	1	1	1
Professor 09	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Professor 10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Professor 11	100	100	100	100	100	100	1	1	1	1
Professor 12	1	1	1	1	100	100	100	100	100	100
Professor 13	1	1	100	100	100	100	100	100	1	1
Professor 14	100	100	100	100	1	1	100	100	1	1
Professor 15	100	100	100	100	1	1	1	1	100	100

Fonte: UNESPAR – Campus de Campo Mourão (2011)

O curso de matemática requer a atuação de 15 professores para atender suas 4 turmas. A grade curricular do curso e as preferências dos professores encontram-se nas tabelas 1 e 2 apresentadas anteriormente.

Na Tabela 1 cada célula indica a quantidade de aulas que o professor da linha correspondente irá ministrar na turma da coluna correspondente a esta célula. Na Tabela 2, o número 10 indica que o professor não deseja ministrar aula no horário corresponde e 1, caso contrário.

Uma solução em conformidade com a Tabela 2 implica em atender aos grupos de restrições (02) e (03) da formulação exata do PQH, enquanto que serem satisfeitas as restrições presentes em (04) é equivalente a cada turma figurar uma, e somente uma vez, em uma dada coluna da Tabela 3 seguinte.

Tabela 3 - Solução para o curso de matemática

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Professor 01	3	0	0	1	1	1	0	0	0	0
Professor 02	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Professor 03	0	0	0	0	0	0	1	0	4	4
Professor 04	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
Professor 05	0	0	0	0	2	0	0	1	0	1
Professor 06	0	4	2	0	0	0	4	0	2	2
Professor 07	2	2	4	2	0	0	0	0	0	0
Professor 08	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
Professor 09	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
Professor 10	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
Professor 11	0	0	0	0	0	0	3	3	3	0
Professor 12	0	3	3	0	0	3	0	0	0	3
Professor 13	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0
Professor 14	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0
Professor 15	0	0	0	0	4	4	0	4	0	0

Na Tabela 3 é apresentado o quadro de horários, indicado pela metodologia proposta nas seções anteriores, para o curso de matemática da UNESPAR – Campus de Campo Mourão. O valor de uma célula desta tabela indica a turma que professor da linha atende no horário representado pela coluna da referida célula.

Estes resultados foram obtidos utilizando os seguintes parâmetros:

Tabela 4 - Parâmetros

Crossover	Mutação	População inicial
80%	10%	150

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O algoritmo se mostrou bastante eficiente com relação ao tempo e qualidade das soluções. Nos testes realizados com valores maiores para a população inicial, mantendo-se os valores de crossover e

mutação, pode-se perceber uma melhora considerável nos resultados e, conseqüentemente, um maior custo computacional.

Como a criação dos operadores demandou intensa pesquisa, ainda não foi implementado o algoritmo para aplicação no campus inteiro, porém há intenção de continuidade da pesquisa nesse sentido. Além disso, foram usados poucos operadores durante o processo de melhoramento da solução. Assim, estão listadas a seguir algumas sugestões para trabalhos que possam dar continuidade a este:

- Implementar novos operadores, como: seleção por torneio, seleção por roleta, crossover de dois pontos, entre outros;
- Comparar o desempenho com outras heurísticas, como Busca Tabu, Simulated Annealing;
- Realizar a implementação para todo o campus da UNESPAR / Campo Mourão.

AGRADECIMENTOS

À Fundação Araucária pelo apoio financeiro por meio do Programa de Bolsas de Iniciação Científica em convênio com a FECILCAM/UNESPAR.

REFERÊNCIAS

ABRAMSON, D.; ABELA, J.; **A Parallel Genetic Algorithm for Solving the School Timetabling Problem**. Technical report, Division of Information Technology, C.S.I.R.O, 1991. Disponível em: www.citeseer.ist.psu.edu.

COSTA, Felipe Pereira da. **Programação de Horários em Escolas via GRASP e Busca Tabu**. 39 f. Monografia (Departamento de Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2003.

EVEN, Shimon et al. **On the complexity of timetable and multicommodity flow problems**. 1976.

LOBO, Eduardo Luiz Miranda. **Uma Solução Do Problema De Horário Escolar Via Algoritmo Genético Paralelo**. 95 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) – Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2005.

SOUZA, Marconi Jamilson Freitas et al. **Um Algoritmo Evolutivo Híbrido para o Problema de Programação de Horários em Escolas**. In: XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2002, Curitiba. Anais do XXII ENEGEP, Santa Bárbara D'Oeste, ABEPRO, 2002, CD-ROM, 8 p.

VITOR, Adriano et al. **Elaboração de Heurística para o Problema do Quadro de Horários dos Professores da Universidade Estadual do Paraná**. In: Congreso Peruano de Investigación de Operaciones y de Sistemas, 2011. Lima-Peru.